Huiswerk Micro, serie 13, 14-6-13

Op het werkcollege van 14-6 en 21-6 kunnen deze opgaven worden besproken met de student-assistent: `G.C.P.vanMiert@uu.nl`

Opgave 1 Een firma produceert gloeilampen volgens de productiefunctie $q = f(k,l) := \sqrt{k \cdot l}$. De variabelen k en l representeren hier eenheden arbeid (l) en kapitaal (k). Zij w_l de prijs van elke eenheid arbeid en w_k de prijs van elke eenheid kapitaal. Zij p de marktprijs per eenheid geproduceerde gloeilampen als de firma prijsnemer (= price taker) is.
a. Laat zien dat hier sprake is constante schaalopbrengsten (= constant returns to scale).
b. Toon aan dat er bij de gebruikelijke winstmaximalisatie door de producent (d.w.z. bij het directe PMP) alleen een bepaalde relatie tussen p, w_l en w_k *kan* leiden tot strikt positieve uitkomsten voor de optimale k en l. Hoe luidt die relatie?
c. Toon nu aan dat de in onderdeel b bepaalde relatie *gegarandeerd* leidt tot strikt positieve uitkomsten voor de optimale k en l.
d. Toon aan dat in onderdelen b en c de optimale k en l niet uniek zijn door de verzameling van *alle* optimale oplossingen te bepalen. Toon ook aan dat voor elke optimale oplossing (k,l) de winst gelijk is aan 0.
e. Bepaal de kostenfunctie $C(q,(w_l,w_k))$ voor bovenstaand productieprobleem en controleer concreet dat daarvoor eerste uitspraak in Propositie 3.2 waar is.
f. Controleer concreet dat de optimale oplossingen van het directe en indirecte PMP overeenstemmen conform wat daarover in de cursief gedrukte regels op p. 3 (zie ook p. 5) is gesteld.
g. Volgens p. 5 van de handout over productie en evenwichten zijn de problemen CMP en EMP mathematisch equivalent. Gebruik dit feit om voor het algemene probleem CMP een analogon te formuleren van de identiteit van Shephard.
h. Controleer concreet dat de in onderdeel g afgeleide identiteit geldt voor bovenstaand productieprobleem.
i. Stel dat op korte termijn alleen variabele l (arbeid) variabel is en dat het kapitaal vast staat op de waarde $\bar{k}$. Bepaal de gebruikelijke korte termijnwinstfunctie $\pi(p, w_l, w_k, \bar{k})$. Laat zien dat deze functie lineair is in de variabele $\bar{k}$.
j. Zij $\tilde{w} := w_l$ en $\bar{w} := w_{\bar{k}}$. Ga eerst na wat de aan het eind van sectie 2 vermelde identiteit $C(q,(\tilde{w},\bar{w})) = \min_{\bar{k}\in\bar{Z}} C_{\bar{k}}(q,(\tilde{w},\bar{w}))$ hier voorstelt en controleer vervolgens concreet de geldigheid ervan in de situatie zoals hierboven beschreven.

Opgave 2. Maak de tweede E op p. 4 en ook de E op p. 7 van de handout over productie en evenwichten.

Opgave 3. Een bepaalde soort tuinkabouters wordt door 240 producenten vervaardigd. De marktvraag naar deze tuinkabouters luidt $D(p) = \max(3000 - 60p, 0)$.
a. Stel dat alle producenten dezelfde gegeneraliseerde kostenfunctie voor hun tuinkabouterproductie $C(q) = 2q^3 - 3q^2 + 6q$ hebben en stel dat het aantal van 240 producenten niet kan veranderen (korte termijn model). Bepaal dan voor elke producent de oplossing van het winstmaximaliseringsprobleem PMAP-O. Bepaal vervolgens ook de evenwichtprijs op de markt.
b. Bepaal vervolgens in onderdeel a het lange termijn marktevenwicht dat zou ontstaan bij vrije mededinging op de tuinkabouter-markt, waarbij *onbeperkt veel* producenten (allen met dezelfde kostenfunctie) mogen toetreden tot de markt. Hoeveel producenten zijn er dan uiteindelijk?
c. Stel vervolgens dat het in a gestelde niet geldt, maar dat de tuinkabouters door twee types producenten kunnen worden vervaardigd: van type 1 zijn er 96, die allen dezelfde kostenfunctie $C_1(q) = 4q^3 - 2q^2 + q$ hebben, en van type 2 zijn er 144 producenten, die allen de kostenfunctie $C_2(q) = 2q^3 - 3q^2 + 6q$ hebben. Stel dat deze aantallen producenten niet mogen veranderen (korte termijn model). Bepaal dan de evenwichtsprijs voor tuinkabouters op deze markt.
d. Bepaal het lange termijn evenwicht op de markt voor tuinkabouters zoals dat in de situatie van onderdeel c zou ontstaan bij vrije mededinging, d.w.z. als in principe van beide types onbeperkt veel producenten mogen toetreden tot de markt.

Opgave 4. Maak de E op p. 7 en de twee E's op p. 12 van de handout over productie en evenwichten.

Opgave 5. Maak de twee E's op p. 9 in de handout over convexe en concave functies.

Opgave 6. Toon aan, bijvoorbeeld op de manier van Example 5.4, dat de Cobb-Douglas nutsfunctie uit bijvoorbeeld Example 5.2 niet concaaf is voor $\sum_i \alpha_i > 1$.

Opgave 7. De preferenties van een bepaalde consument kunnen worden weergegeven door de nutsfunctie $u(x_1, x_2) = -\exp(-\alpha x_1) + x_2$ op $X := \mathbb{R}^2_+$. Hier is $\alpha > 0$ een vaste parameter.

a. Toon aan dat de functie u strikt concaaf is op $\mathbb{R}^2_{++}$ en concaaf maar niet strikt concaaf op $\mathbb{R}^2_+$.
b. Los het bijbehorende UMP op met behulp van de UMP oplosmethode. Controleer
c. Los vervolgens het bijbehorende UMP ook nog eens op met behulp van de substitutiemethode op de manier van Example 5.5.
d. Welke Marshalliaanse vraag zou je intuïtief verwachten in de limietsituatie waarbij α onweindig groot wordt? Laat zien dat deze intuïtie correct is door de limiet voor $\alpha \to \infty$ te nemen van de Marshalliaanse vraag die je in onderdelen b en c hebt bepaald.