

## Huiswerk Micro, serie 4, 1-3-13

**Opgave 1.** Maak de exercise (herkenbaar aan de "E" in de kantlijn) op p. 59.

**Opgave 2\*.** Beschouw een financieel model met  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ , één risicoloos goed ( $i = 0$ ) en twee risico-dragende goederen ( $i = 1, 2$ ). De prijzen op  $t = 0$  zijn resp.  $W_1(0) = 5$  en  $W_2(0) = 10$ . Op  $t = 1$  zijn deze resp.  $W_1(\omega_1) = W_1(\omega_2) = 20/3$ ,  $W_1(\omega_3) = 40/9$ ,  $W_2(\omega_1) = 40/3$  en  $W_2(\omega_2) = W_2(\omega_3) = 80/9$ . De rentevoet is  $r = 1/9$ .

a. Bewijs:  $\Pi_{RN} = \emptyset$ .

b. Volgens Stelling 3.3.1 volgt uit onderdeel a dat er een arbitrage-mogelijkheid is. Laat zien dat  $\tilde{\mathbf{h}} := (0, 2, -1)$  zo'n arbitrage-mogelijkheid is.

**Opgave 3.** Voeg aan het model uit opgave 2 één extra toestand  $\omega_4$  van de wereld toe, met  $W_1(1)(\omega_4) = W_2(1)(\omega_4) = 20/9$ . Laat verder alles net zo zijn als in opgave 2. Bepaal dan de verzameling  $\Pi_{RN}$ ; als deze leeg is, bepaal dan ook een arbitrage-mogelijkheid.

**Opgave 4.** Beschouw het model van Voorbeeld 3.3.2.a. Verifieer of de portefeuille  $\mathbf{B} = (7, 2)^T$  een handelsstrategie als tegenpositie heeft (m.a.w. of deze hedgeable is). Zoja, bepaal dan de arbitragevrije prijs van  $\mathbf{B}$ .

**Opgave 5.** Een *put-optie met uitoefenprijs  $e$*  is het recht – maar niet de verplichting – om op  $t = 1$  het betreffende goed te verkopen tegen prijs  $e$ . Beschouw in Voorbeeld 3.3.2.a de put-optie met  $e = 5$ . Verifieer of deze optie een handelsstrategie als tegenpositie heeft (m.a.w. of deze hedgeable is). Zoja, bepaal dan de arbitragevrije prijs ervan.

**Opgave 6.** Beschouw het algemene financiële model uit sectie 3.3. Zij  $\mathbf{a}^0 := \mathbf{1} \in \mathbb{R}^l$  en zij  $\mathbf{a}^i := (W_i(1)(\omega_1), \dots, W_i(1)(\omega_l))^T \in \mathbb{R}^l$  voor  $i = 1, \dots, N$ . Zij (\*) de volgende uitspraak: elke portefeuille  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^l$  heeft een handelsstrategie als tegenpositie (m.a.w. is hedgeable). Bewijs: (\*) is equivalent met het volgende:  $l \leq N + 1$  en de collectie  $\{\mathbf{a}^0, \mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^N\}$  bevat  $l$  lineair onafhankelijke vectoren.