Uitwerking Deeltentamen 2 Microeconomie, 28-6-13

Opgave 1 [45 pt.] Een consument heeft voorkeursrelaties die overeenkomen met de nutsfunctie $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$, $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.
a [10 pt]. Bepaal de Marshallianse vraagfunctie van deze consument met behulp van de UMP-oplosmethode. *Aanwijzing:* In stap 2 kan de ongelijkheid $A^2 + B^2 \geq 2AB$ van nut zijn voor speciale, handige keuzes van A en B.
b [3 pt]. Toon aan: de indirecte nutsfunctie is

$$v(p_1, p_2, y) = \begin{cases} \frac{p_2}{4p_1} + \frac{y}{p_2} & \text{als } y \geq \frac{p_2^2}{4p_1}, \\ \sqrt{\frac{y}{p_1}} & \text{als } y \leq \frac{p_2^2}{4p_1} \end{cases}$$

c [10 pt]. Bepaal de Hicksiaanse vraagfunctie $\mathbf{x}^h(p_1, p_2, v)$ (dit mag met de EMP-oplosmethode, maar je mag het ook grafisch doen). Laat vervolgens zien dat de uitgavenfunctie de volgende formule heeft:

$$e(p_1, p_2, v) = \begin{cases} -\frac{p_2^2}{4p_1} + p_2 v & \text{als } v \geq \frac{p_2}{2p_1}, \\ p_1 v^2 & \text{als } v \leq \frac{p_2}{2p_1} \end{cases}$$

d [7 pt]. Verifieer in deze situatie de geldigheid van de formule $e(p_1, p_2, v(p_1, p_2, y)) = y$. Laat hiertoe eerst zien dat $v(p_1, p_2, y) \geq p_2/2p_1$ dan en slechts dan als $y \geq p_2^2/4p_1$.
e [5 pt]. Verifieer hier ook concreet de identiteit van Slutsky voor $i = 1$ en $j = 2$.
f [10 pt]. Bepaal *met behulp van je uitkomst in onderdeel a (!)* d.m.v. slimme substituties de Marshalliaanse vraag van een consument wiens voorkeursrelaties overeenkomen met $u(x_1, x_2) = \alpha\sqrt{x_1} + x_2$, $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. Hier is $\alpha > 0$ een gegeven parameter. Controleer de correctheid van je antwoord voor de twee limietgevallen $\alpha \to 0$ en $\alpha \to \infty$.

Oplossing opgave 1 a. Stap 0: u is evident continu en strikt stijgend.
Stap 1(a): dit levert alleen de budget-gebalanceerde bundels in X op met $x_1 = 0$ d.w.z. de bundel $(0, y/p_2)$, die samen met $(y/p_1, 0))$ ook geproduceerd wordt door stap 1(c).
Stap 1(b): de tweede wet van Gossen geeft direct $x_1 = \bar{x}_1 := p_2^2/(4p_1^2)$. Samen met $p_1x_1 + p_2x_2 = y$ volgt $x_2 = \bar{x}_2 := \frac{y}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1}$ *mits* $y > \frac{p_2^2}{4p_1}$, want alleen dan ligt $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ in $\mathbb{R}^2_{++}$.
Stap 2: In het geval dat $y \leq \frac{p_2^2}{4p_1}$, dan volgt uit het bovenstaande dat C alleen bestaat uit de twee hoekbundels. Omdat dan evident $u(\frac{y}{p_1}, 0) = \sqrt{\frac{y}{p_1}} > y/p_2 = u(0, y/p_2)$ geldt, is $(y/p_1, 0)$ in dat geval de optimale bundel voor het UMP.

Als daarentegen $y > \frac{p_2^2}{4p_1}$ geldt, dan volgt uit het bovenstaande dat C bestaat uit drie kandidaten voor optimaliteit: de twee hoekbundels en $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. Nu $u(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \frac{y}{p_2} + \frac{p_2}{4p_1} > u(0, y/p_2)$, dus resteert het vergelijken van $u(\frac{y}{p_1}, 0) = \sqrt{\frac{y}{p_1}}$ en $u(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \frac{y}{p_2} + \frac{p_2}{4p_1}$. In elk geval blijkt de laatstgenoemde u-waarde de grootste te zijn in het heel speciale geval $y = p_1 = p_2 = 1$. Dus probeer je om te bewijzen dat algemeen geldt $\sqrt{\frac{y}{p_1}} < \frac{y}{p_2} + \frac{p_2}{4p_1}$ als $y > \frac{p_2^2}{4p_1}$. De aanwijzing volgend, zet je $A := \sqrt{y/p_2}$, $B := \sqrt{\frac{p_2}{4p_1}}$. Dat geeft $2AB = \sqrt{\frac{y}{p_1}}$, en daarmee is ook bovenstaande strikte ongelijkheid bewezen, omdat algemeen $A^2 + B^2 \geq 2AB$ verscherpt tot $A^2 + B^2 > 2AB$, d.w.z. $\Leftrightarrow (A - B)^2 > 0$, in het geval $A \neq B$.

Conclusie: de Marshalliaanse vraagfunctie is

$$\mathbf{x}^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} (\frac{p_2^2}{4p_1^2}, \frac{4p_1 y - p_2^2}{4p_1 p_2}) & \text{als } y \geq \frac{p_2^2}{4p_1}, \\ (\frac{y}{p_1}, 0) & \text{als } y \leq \frac{p_2^2}{4p_1} \end{cases}$$

waarbij je nog kunt opmerken dat in het grensgeval $y = \frac{p_2^2}{4p_1}$ beide keuzevorken dezelfde bundel aangeven.

b. De gegeven uitdrukking is uiteraard alleen ingevoerd om de uitkomsten bij onderdeel a te kunnen controleren. Correctheid ervan volgt door invullen in $v(p_1, p_2, y) = u(\mathbf{x}^*(p_1, p_2, y))$ en door op te merken dat in het grensgeval $y = \frac{p_2^2}{4p_1}$ de oplossingen in beide keuzevorken hetzelfde zijn.

c. Hier geldt $u(X) = \mathbb{R}_+$. Grafisch oplossen: de grafiek van de niveaucurve $x_2 = f(x_1) := v - \sqrt{x_1}$ snijdt de horizontale as in $(v^2, 0)$ en de verticale as in $(0, v)$ (je kiest alvast $v > 0$, want $v = 0$ leidt triviaal tot $\mathbf{x}^h(p_1, p_2, v) = (0, 0)$). Wegens $f'(v^2) = -\frac{1}{2v}$ en $f'(0) = -\infty$ toont de gebruikelijke EMP-figuur dat er voor $\frac{p_1}{p_2} \leq \frac{1}{2v}$ alleen sprake is van de hoekoplossing $(v^2, 0)$. Geldt daarentegen $\frac{p_1}{p_2} > \frac{1}{2v}$, dan toont de figuur dat $\mathbf{x}^h(p_1, p_2, v)$ intern moet zijn, en dus moet volgen uit de al eerder gebruikte tweede wet van Gossen, ditmaal gecombineerd met de efficiëntie-vergelijking $x_2 = v - \sqrt{x_1}$. Zo volgt $\mathbf{x}^h(p_1, p_2, v) = (\frac{p_2^2}{4p_1^2}, v - \frac{p_2}{2p_1})$, en deze is inderdaad intern.

Conclusie: de Hicksiaanse vraagfunctie is

$$\mathbf{x}^h(p_1, p_2, v) = \begin{cases} (\frac{p_2^2}{4p_1^2}, v - \frac{p_2}{2p_1}) & \text{als } v \geq \frac{p_2}{2p_1}, \\ (v^2, 0) & \text{als } v \leq \frac{p_2}{2p_1} \end{cases}$$

waarbij je nog kunt opmerken dat in het grensgeval $v = \frac{p_2}{2p_1}$ beide keuzevorken dezelfde bundel aangeven. Net als bij onderdeel b is de rest een triviale invuloefening, die alleen dient voor controle van de verkregen Hicksiaanse oplossing: uit bovenstaande volgt dat dit klopt door invullen in $e(p_1, p_2, v) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}^h(p_1, p_2, v)$ en door op te merken dat in het grensgeval $v = \frac{p_2}{2p_1}$ de oplossingen in beide keuzevorken hetzelfde zijn.

d. Als $y \geq \frac{p_2^2}{4p_1}$, dan $v(p_1, p_2, y) = \frac{p_2}{4p_1} + \frac{y}{p_2}$ en dus $v(p_1, p_2, y) \geq \frac{p_2}{4p_1} + \frac{p_2^2}{4p_1 p_2} = \frac{p_2}{2p_1}$. Als $y < \frac{p_2^2}{4p_1}$, dan $v(p_1, p_2, y) = \sqrt{y/p_1} < \sqrt{\frac{p_2^2}{4p_1^2}} = \frac{p_2}{2p_1}$. Dus $v(p_1, p_2, y) \geq \frac{p_2}{2p_1}$ impliceert $y \geq \frac{p_2^2}{4p_1}$ (contrapositiviteit). Hiermee is equivalentie bewezen. Samen met onderdeel c geeft dat

$$e(p_1, p_2, v(p_1, p_2, y)) = \begin{cases} -\frac{p_2^2}{4p_1} + p_2 v(p_1, p_2, y) & \text{als } y \geq \frac{p_2^2}{4p_1}, \\ p_1 v^2(p_1, p_2, y) & \text{als } y \leq \frac{p_2^2}{4p_1} \end{cases}$$

Omdat $-\frac{p_2^2}{4p_1} + p_2 v(p_1, p_2, y) = y$ als $y \geq \frac{p_2^2}{4p_1}$ en $p_1 v^2(p_1, p_2, y) = y$ als $y \leq \frac{p_2^2}{4p_1}$, volgt de gevraagde dualiteitsrelatie.

e. Te controleren is de identiteit

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2}(p_1, p_2, y) = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_2}(p_1, p_2, v(p_1, p_2, y)) - x_2(p_1, p_2, y)\frac{\partial x_1^*}{\partial y}(p_1, p_2, y).$$

Geval 1: $y > p_2^2/4p_1$. Dan $\partial x_1^*/\partial p_2 = p_2/2p_1^2$ en $\partial x_1^*/\partial y = 0$. Wegens onderdeel d geldt in geval 1 ook $v(p_1, p_2, y) > p_2/2p_1$, dus uit de formule in onderdeel c volgt $\partial x_1^h/\partial p_2 = p_2/2p_1^2$. Conclusie: de identiteit klopt in dit geval.

Geval 2: $y < p_2^2/4p_1$. Ditmaal geldt $\partial x_1^*/\partial p_2 = 0$ en $\partial x_1^*/\partial y = 1/p_1$, maar ook $x_2^* = 0$, zodat $x_2^* \partial x_1^*/\partial y = 0$. Wegens onderdeel d geldt $v(p_1, p_2, y) < p_2/2p_1$ in dit geval, dus uit de formule in onderdeel c volgt $\partial x_1^h/\partial p_2 = 0$. Conclusie: de identiteit klopt ook in geval 2.

Geval 3: $y = p_2^2/4p_1$. Dit geval moet worden overgeslagen, omdat bijvoorbeeld $x_1^*(p_1, p_2, y)$ niet differentieerbaar is in zulke punten: zoals op het werkcollege is betoogd is het daarvoor voldoende om te constateren dat $\partial x_1^*/\partial p_2$ discontinu is, en dat laatste volgt uit de formules die ervoor zijn gegeven in de gevallen 1 en 2.

f. De volgende truc is op het college behandeld: als je $x_1' := \alpha^2 x_1$ invoert, dan wordt de gegeven nutsfunctie $\sqrt{x_1'} + x_2$, $x_1' \geq 0, x_2 \geq 0$. Dus is hij dan van de oorspronkelijke vorm (merk op: x_1 wordt teruggekregen via $x_1 = \alpha^{-2} x_1'$). De bijbehorende aanpassing van de prijs voor het eerste goed is $p_1' := p_1/\alpha^2$ en de prijs van het tweede goed verandert niet (zo behoudt ook de budgetrestrictie $p_1' x_1' + p_2 x_2 \leq y$ de oorspronkelijke vorm). Dus volgt uit onderdeel 1 dat de nieuwe Marshalliaanse vraag gelijk is aan

$$\mathbf{x}_\alpha^* = \begin{cases} (\alpha^{-2}\frac{\alpha^4 p_2^2}{4p_1^2}, \frac{4p_1 y - \alpha^2 p_2^2}{4p_1 p_2}) = (\frac{\alpha^2 p_2^2}{4p_1^2}, \frac{4p_1 y - \alpha^2 p_2^2}{4p_1 p_2}) & \text{als } y \geq \frac{\alpha^2 p_2^2}{4p_1}, \\ (\alpha^{-2}\frac{\alpha^2 y}{p_1}, 0) = (\frac{y}{p_1}, 0) & \text{als } y \leq \frac{\alpha^2 p_2^2}{4p_1} \end{cases} \tag{1}$$

In het limietgeval $\alpha \to 0$ geeft dit $\mathbf{x}_\alpha^* \to (0, y/p_2)$, want alleen de bovenste vork in (1) blijft in de limiet gehandhaafd. Dat is ook wat je economisch zou verwachten: de nutsbijdrage van goed 1 wordt verwaarloosbaar klein als $\alpha \to 0$.
In het limietgeval $\alpha \to \infty$ geldt $\mathbf{x}_\alpha^* = (\frac{y}{p_1}, 0)$ voor α groot genoeg (n.l. voor $\alpha \geq 4p_1 y/p_2^2$). Dat is ook wat je economisch zou verwachten, want, vergeleken met goed 1, wordt de nutsbijdrage van goed 2 verwaarloosbaar klein als $\alpha \to \infty$.

Opgave 2 [30 pt.] Een producent van een bepaald product heeft de productiefunctie $f(z_1, z_2) = \sqrt{z_1} + \sqrt{z_2}$, $z_1, z_2 \geq 0$.
a [12 pt]. Bewijs dat deze productiefunctie strikt concaaf is. Bepaal vervolgens de bijbehorende kostenfunctie $C(q, w_1, w_2)$ met behulp van de verbeterde EMP-oplosmethode door gebruik te maken van de wiskundig equivalentie tussen de problemen CMP (= cost minimization problem) en EMP.
b [3 pt]. Voor de korte termijn wordt de input-variabele z_2 vastgezet op de waarde $\bar{z}_2$. Bepaal de bijbehorende kostenfunctie $C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2)$ voor de korte termijn (= short run).
c [3 pt]. Verifieer expliciet dat geldt $\min_{\bar{z}_2 \geq 0} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = C(q, w_1, w_2)$.
e [12 pt]. Bewijs dat de identiteit in onderdeel c algemeen geldt, d.w.z. voor een *algemene* productiefunctie $f(z_1, z_2)$ op $\mathbb{R}_+^2$. *Aanwijzing:* Het is verstandig om het bewijs van deze identiteit "=" te splitsen in een bewijs van de twee ongelijkheden "$\leq$" en "$\geq$".

Oplossing opgave 2 a. De functie $g_i : z_i \mapsto \sqrt{z_i}$ is zeker strikt concaaf op $\mathbb{R}_{++}$, want $g''(z_i) = -\frac{1}{4} z_i^{-3/2} < 0$. Dus geldt $g_i(\alpha z_i + (1-\alpha) z_i') > \alpha g_i(z_i) + (1-\alpha) g_i(z_i')$ voor elke $z_i, z_i' > 0$, $z_i \neq z_i'$, en elke $0 < \alpha < 1$. Voor het speciale geval $z_i' = 0$ moet diezelfde ongelijkheid nog apart worden bewezen (!). Dat gaat rechtstreeks, want dan

$$g_i(\alpha z_i + (1-\alpha)0) = g_i(\alpha z_i) = \sqrt{\alpha z_i} = \sqrt{\alpha} g_i(z_i) > \alpha g_i(z_i) = \alpha g_i(z_i) + (1-\alpha) g_i(0)$$

omdat $\sqrt{\alpha} > \alpha$ wegens $\alpha \in]0,1[$ en omdat $g(z_i) > 0$ wegens $z_i \neq 0 = z_i'$.

Conclusie: g_1 en g_2 zijn beide strikt concaaf op $\mathbb{R}_+$. Dus volgt voor elke (z_1, z_2), $(z_1', z_2') \in \mathbb{R}_+^2$, $(z_1, z_2) \neq (z_1', z_2')$, en elke $0 < \alpha < 1$ dat

$$f(\alpha z_1 + (1-\alpha) z_1', \alpha z_2 + (1-\alpha) z_2') = g_1(\alpha z_1 + (1-\alpha) z_1') + g_2(\alpha z_2 + (1-\alpha) z_2') >$$
$$> \alpha(g_1(z_1) + g_2(z_2)) + (1-\alpha)(g_1(z_1') + g_2(z_2')) = \alpha f(z_1, z_2) + (1-\alpha) f(z_1', z_2')$$

omdat óf $z_1 \neq z_1'$ óf $z_2 \neq z_2'$ (of beide). Conclusie: f is strikt concaaf op $\mathbb{R}_+^2$. Ditzelfde resultaat volgt ook uit bovenstaande strikte concaviteit van de g_i door toepassing van Stelling 1.1.d.

Omdat CMP en EMP wiskundig equivalent zijn, kun je de verbeterde EMP-oplosmethode gebruiken. Merk eerst op dat f evident strikt stijgend en continu is (stap 0). Als stap 1(b) een toegelaten kandidaat oplevert, dan stelt bovenstaande vaststelling van strikte concaviteit je in staat direct te constateren dat die toegelaten kandidaat meteen ook de unieke optimale oplossing is van het CMP.

Nu geeft stap 1(b) dat moet gelden $\frac{1}{2} z_1^{-1/2} / w_1 = \frac{1}{2} z_2^{-1/2} / w_2$, d.w.z. $z_2 = w_1^2 z_1 / w_2^2$, samen met efficiëntie, d.w.z. met $\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} = q$. Dit geeft $\sqrt{z_1} = w_2 q / (w_1 + w_2)$ en dus $z_{*1} = w_2^2 q^2 / (p_1 + p_2)^2$ en vervolgens ook $z_{*2} = w_1^2 q^2 / (p_1 + p_2)^2$. Dit geeft het gevraagde:

$$C(q, w_1, w_2) = w_1 z_{*1} + w_2 z_{*2} = \frac{w_1 w_2 q^2}{w_1 + w_2}.$$

b. Per definitie van het korte termijn probleem geldt

$$C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = \min\{w_1 z_1 + w_2 \bar{z}_2 : z_1 \geq 0, \sqrt{z_1} + \sqrt{\bar{z}_2} \geq q\}$$

met $q \in \mathbb{R}_+ = f(\mathbb{R}_+^2)$ (analoog met het EMP, dat $v \in u(X)$ vereist).

Geval 1: $\sqrt{\bar{z}_2} \geq q$. In dit geval is de optimale oplossing triviaal: $z_1 = 0$ en er volgt $C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = w_2 \bar{z}_2$.

Geval 2: $\sqrt{\bar{z}_2} < q$. In dit geval zijn de twee nevenvoorwaarden van bovenstaand korte termijn probleem samen equivalent met $z_1 \in [q - \sqrt{\bar{z}_2}, +\infty[$. Ook ditmaal is de optimale oplossing triviaal: $z_1 = q - \sqrt{\bar{z}_2}$ en er volgt $C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = w_1(q - \sqrt{\bar{z}_2})^2 + w_2 \bar{z}_2 = (w_1 + w_2)\bar{z}_2 - 2 w_1 q \sqrt{\bar{z}_2} + w_1 q^2$.

c. Uiteraard geldt, opsplitsend naar bovenstaande gevallen 1 en 2, dat

$$\min_{\bar{z}_2 \geq 0} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = \min[\min_{\bar{z}_2 \geq q^2} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2), \min_{0 \leq \bar{z}_2 \leq q^2} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2)].$$

Volgens de formules uit onderdeel b geeft dit

$$\min_{\bar{z}_2 \geq 0} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = \min[\min_{\bar{z}_2 \geq q^2} w_2 \bar{z}_2, \min_{0 \leq \bar{z}_2 \leq q^2} (w_1 + w_2)\bar{z}_2 - 2 w_1 q \sqrt{\bar{z}_2} + w_1 q^2]. \qquad (2)$$

Het eerste minimum aan de rechterzijde van (2) is uiteraard gelijk aan $w_2 q^2$. Het tweede minimum daar is

$$\alpha := \min_{0 \leq \bar{z}_2 \leq q^2} h(\bar{z}_2) := (w_1 + w_2)\bar{z}_2 - 2w_1 q\sqrt{\bar{z}_2} + w_1 q^2.$$

Om α te bepalen begin je met het zoeken van interne kandidaat-oplossingen. Omdat de functie $h(\bar{z}_2) := (w_1 + w_2)\bar{z}_2 - 2w_1 q\sqrt{\bar{z}_2} + w_1 q^2$ strikt convex is (zie onderdeel a), is de situatie gunstig: als je zo'n kandidaat vindt, is die meteen de unieke optimale oplossing. Welnu, de FONC luidt $h'(\bar{z}_2) = w_1 + w_2 - w_1 q \bar{z}_2^{-1/2} = 0$ en dit geeft het interne punt $\bar{z}_2 = q^2 w_1^2/(w_1 + w_2)^2$; dus is dat punt meteen de unieke optimale oplossing. Zo volgt $\alpha = h(q^2 w_1^2/(w_1 + w_2)^2) = w_1 w_2 q^2/(w_1 + w_2)$ en daarmee geeft formule (2) dan $\min_{\bar{z}_2 \geq 0} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = \frac{w_1 w_2 q^2}{w_1 + w_2}$. Dat is precies gelijk aan $C(q, w_1, w_2)$, zoals moest worden aangetoond.

e. Te bewijzen: algemeen geldt $\min_{\bar{z}_2 \geq 0} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) = C(q, w_1, w_2)$. De aanwijzing volgend splits je het bewijs.

Bewijs van "$\geq$": Voor alle $z_1, \bar{z}_2 \geq 0$ met $f(z_1, \bar{z}_2) \geq q$ geldt $w_1 z_1 + w_2 \bar{z}_2 \geq C(q, w_1, w_2)$. Dus geldt voor elke $\bar{z}_2 \geq 0$

$$C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) := \min_{z_1 \geq 0, f(z_1, \bar{z}_2) \geq q} w_1 z_1 + w_2 \bar{z}_2 \geq C(q, w_1, w_2).$$

Dan volgt dus ook "$\geq$" na minimalisatie over $\bar{z}_2$.

Bewijs van "$\leq$": Zij $(z_{*1}, z_{*2}) \in \mathbb{R}_+^2$ de optimale oplossing van het CMP. Dan

$$C(q, w_1, w_2) = w_1 z_{*1} + w_2 z_{*2} \geq \min_{z_1 \geq 0, f(z_1, z_{*2}) \geq q} w_1 z_1 + w_2 z_{*2} =: C_{z_{*2}}(q, w_1, w_2)$$

omdat $f(z_{*1}, z_{*2}) \geq q$. Dus volgt "$\leq$", want nu

$$\min_{\bar{z}_2 \geq 0} C_{\bar{z}_2}(q, w_1, w_2) \leq C_{z_{*2}}(q, w_1, w_2) \leq C(q, w_1, w_2).$$

Opgave 3 [25 pt]. Beschouw de standaard-situatie van het "Marshalliaanse kruis", waarbij de marktprijs p van een bepaald goed wordt bepaald door de vergelijking $S(p) = D(p)$ op te lossen. Hierbij geeft $D(p)$ de marktvraag aan en $S(p)$ het marktaanbod. Neem aan dat de functie $D(p)$ strikt daalt in p en dat de functie $S(p)$ strikt stijgt in p. Beide functies worden continu verondersteld.

a [7 pt]. Stel dat door invoering van een nieuwe productiemethode alle producenten op de markt goedkoper kunnen gaan produceren. Noem het nieuwe marktaanbod $Z(p)$. Welke ongelijkheidsrelatie zal dan redelijkerwijs moeten gelden tussen $S(p)$ en $Z(p)$? Leg je antwoord duidelijk uit.
b [8 pt]. Stel verder dat $D(p)$ hetzelfde blijft. Welke ongelijkheidsrelatie verwacht je dan voor de oude marktprijs p^*_{oud} (d.w.z. de oplossing van de oorspronkelijke $S(p) = D(p)$) t.o.v. de nieuwe marktprijs p^*_{nieuw} (d.w.z. de oplossing van $Z(p) = D(p)$)? Licht dit toe m.b.v. een plaatje.
c [10 pt]. Geef nu het wiskundige bewijs van de ongelijkheidsrelatie die je in onderdeel b suggereerde.

Oplossing opgave 3 a. Het lijkt redelijk dat $Z(p) > S(p)$ zal gelden, want elke firma kan bij eenzelfde marktprijs p voor dezelfde kosten een groter aantal eenheden van het goed produceren. Daardoor zal het marktaanbod dus stijgen.

b. Je verwacht dat $p^*_{oud} > p^*_{nieuw}$ zal gelden. Plaatje: zie volgend blad.

c. Stel je had $p^*_{nieuw} \geq p^*_{oud}$. Dan zou gelden $D(p^*_n) \leq D(p^*_o) = S(p^*_o) \leq S(p^*_n)$. Maar ook $S(p^*_n) < Z(p^*_n) = D(p^*_n)$, zodat zou resulteren $D(p^*_n) < D(p^*_n)$ en dat geeft dus tegenspraak. Conclusie: $p^*_{nieuw} < p^*_{oud}$.

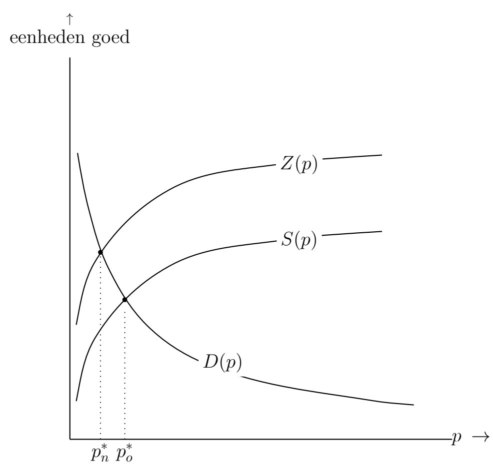

Figure 1: $p_o^* > p_n^*$ door goedkopere productiemethode