

Complexe Getallen

Proefcollege

Voorlichtingsdag Wiskunde

9 November 2002

$$i = \sqrt{-1}$$

Complexe getallen:

$$2i, \quad 3 - i, \quad 5 + 2i, \quad \dots$$

Optellen:

$$(3 + 2i) + (-5 + 3i) = 3 - 5 + 2i + 3i = -2 + 5i$$

Vermenigvuldigen:

$$(3 + 2i)(-5 + 3i) = -15 + 9i - 10i + 6i^2 = -21 - i$$

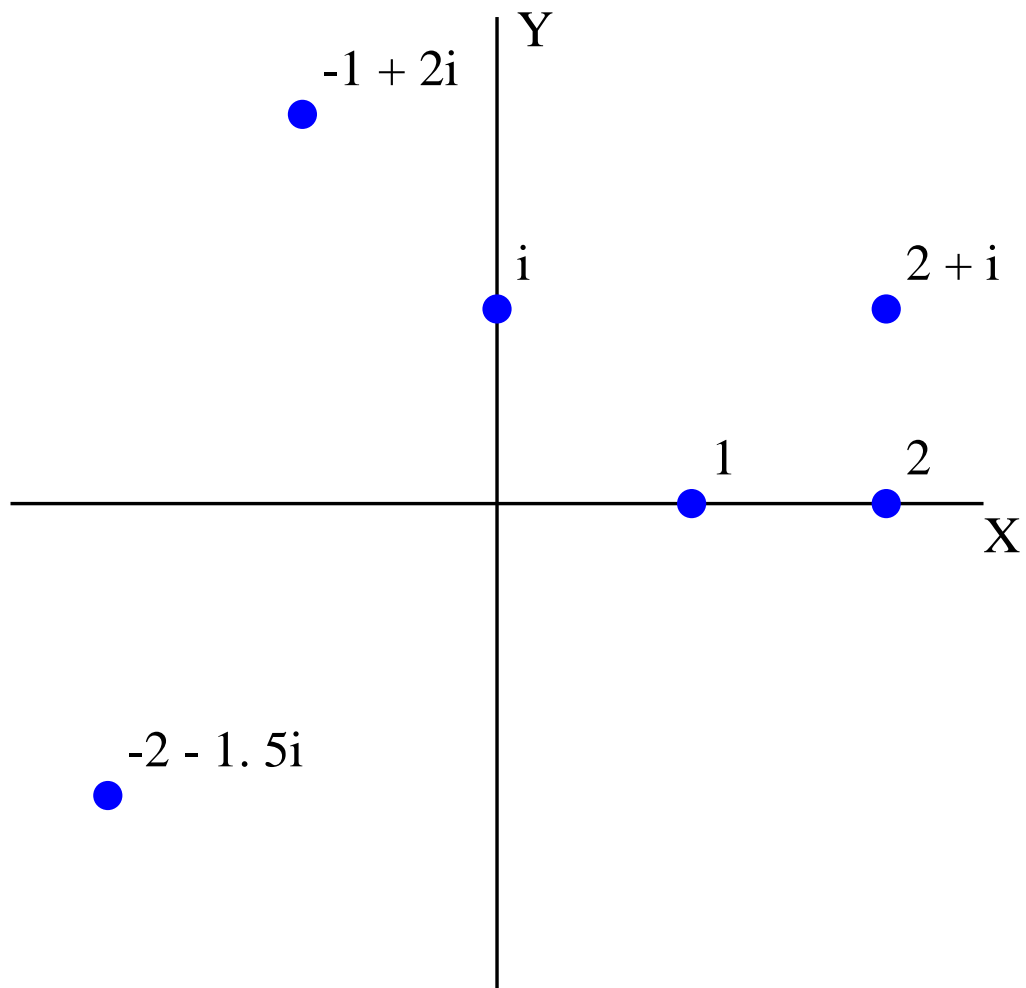
$$\text{(Immers: } 6i^2 = -6\text{)}$$

Delen:

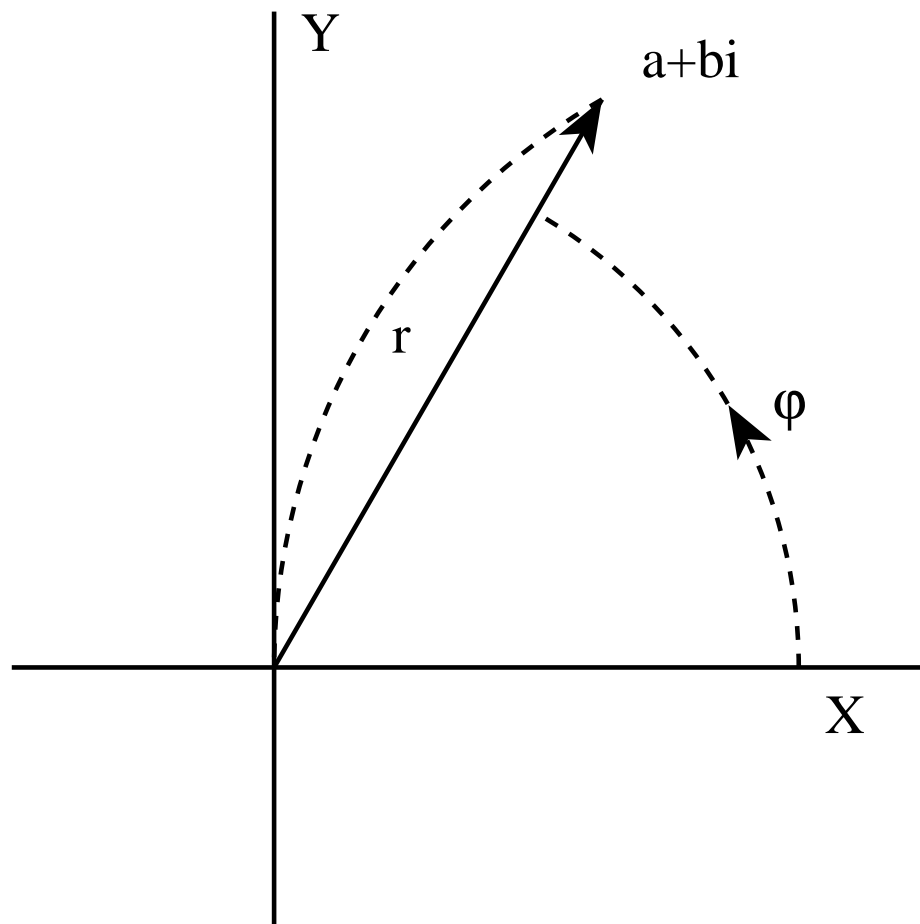
$$\begin{aligned} \frac{3 + 2i}{-5 + 3i} &= \frac{(3 + 2i)(-5 - 3i)}{(-5 + 3i)(-5 - 3i)} = \frac{-9 - 19i}{25 + 9} \\ &= -\frac{9}{34} - \frac{19}{34}i. \end{aligned}$$

Het complexe vlak

We geven $a + bi$ aan door het punt (a, b) in het vlak.



Elk complex getal heeft een lengte (of modulus) r en een argument φ .

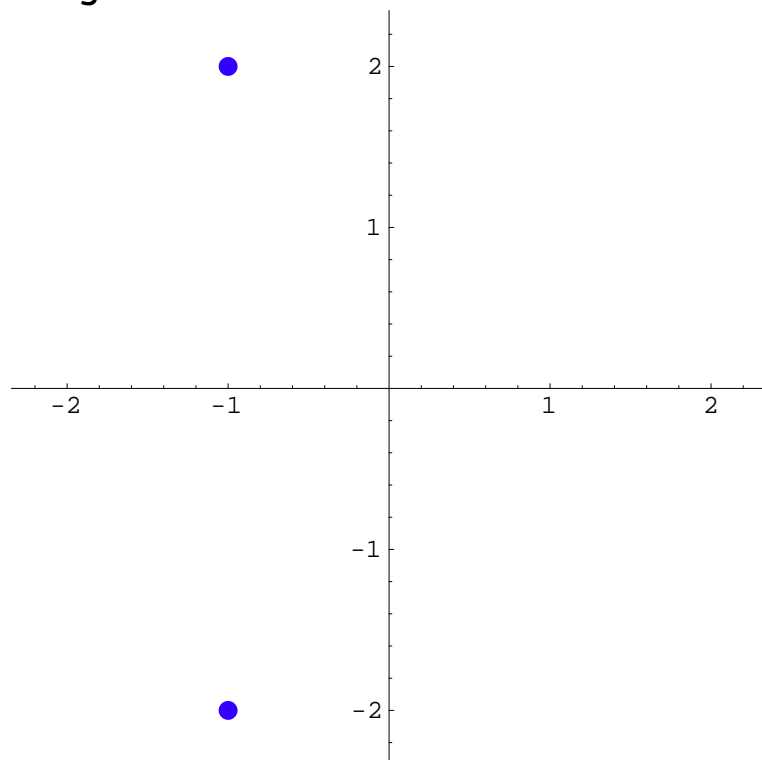


Hoofdstelling van de algebra:

Elke polynoomvergelijking van graad n heeft precies n complexe getallen als oplossing.

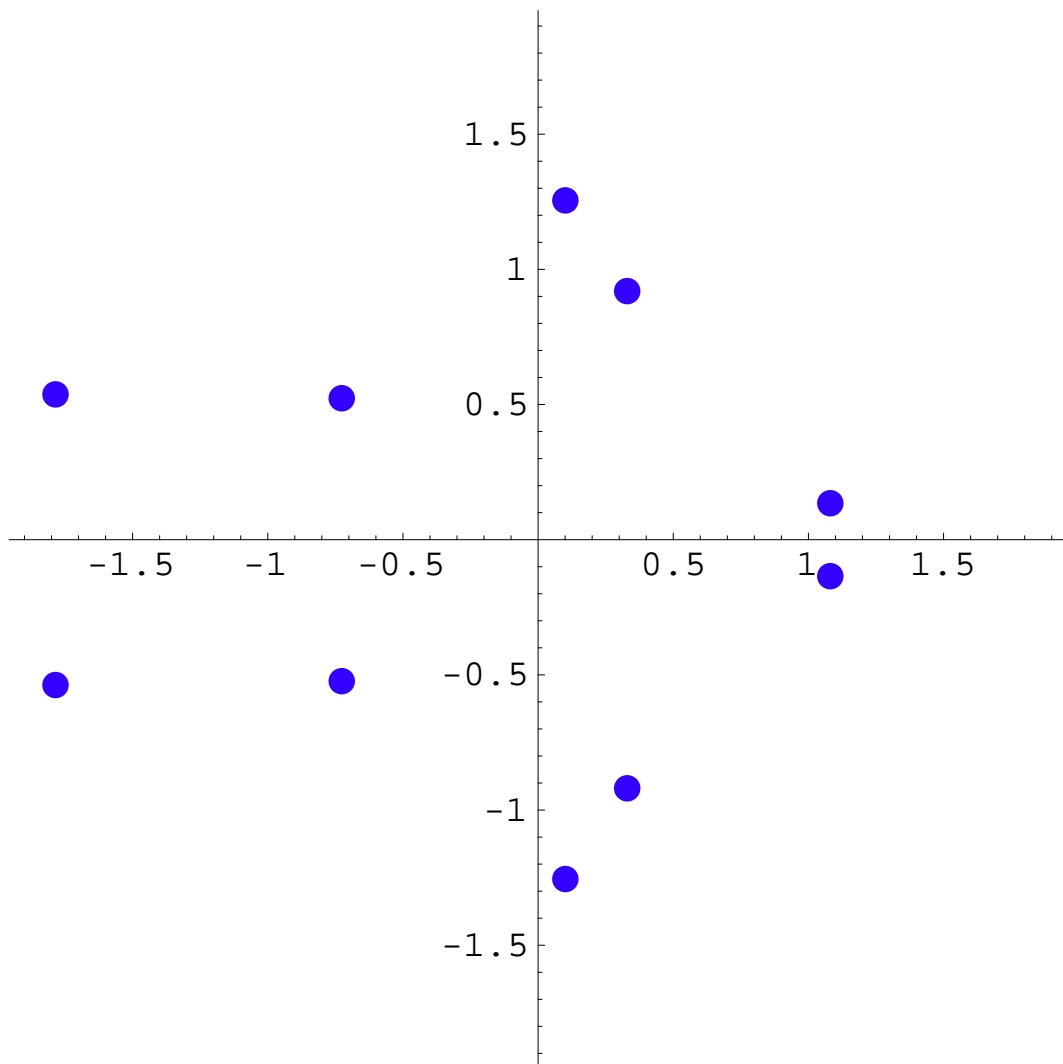
Oplossingen van $X^2 + 2X + 5 = 0$ zijn $-1 + 2i$ en $-1 - 2i$.

In een plaatje:



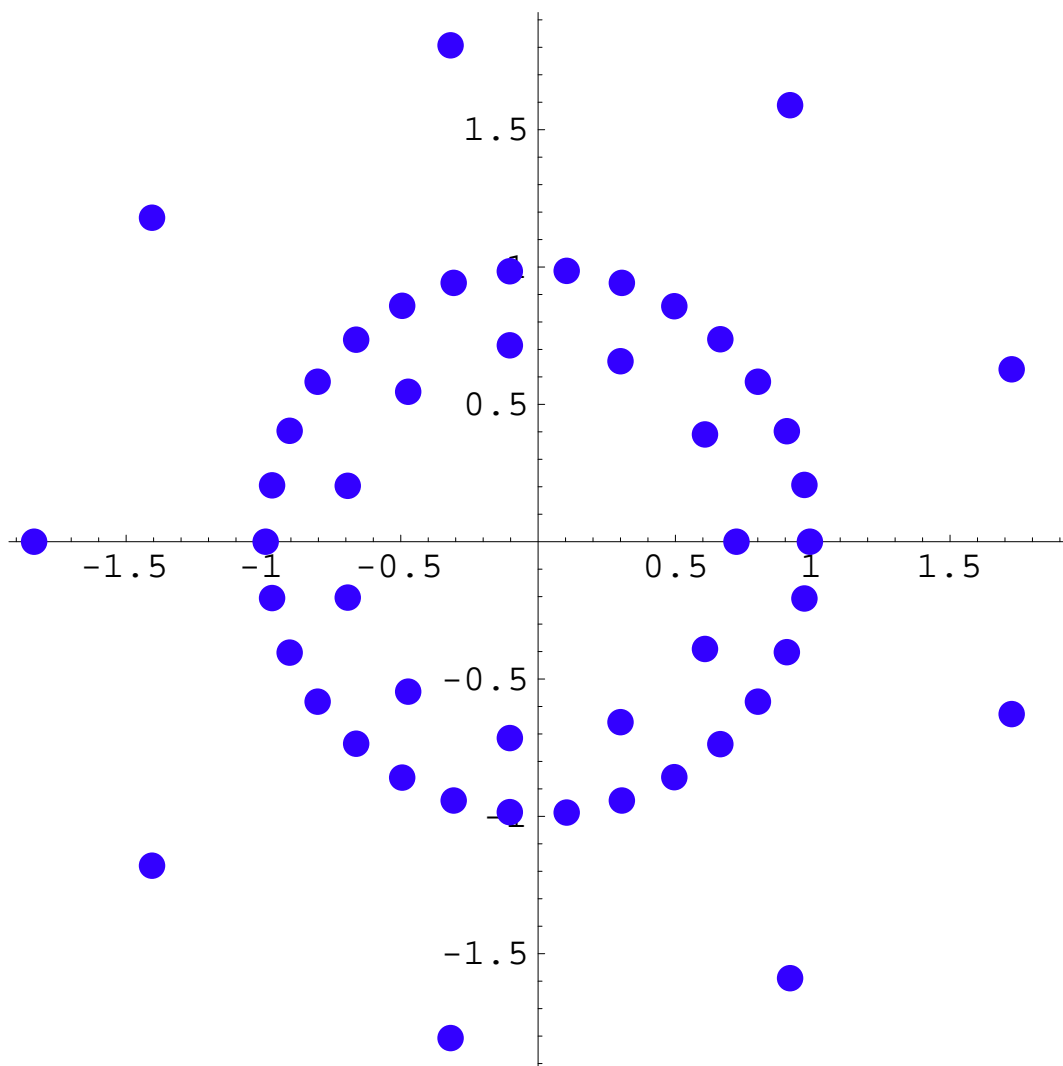
De oplossingen van

$$X^{10} + 2X^9 - 7X^5 + X + 5 = 0$$



De oplossingen van

$$X^{50} + 236 X^{41} - 179 X^{11} + 5 = 0$$



$$c = 1$$

$$1^2 + 1 = 2$$

↓

$$2^2 + 1 = 5$$

↓

$$5^2 + 1 = 26$$

↓

$$26^2 + 1 = 677$$

↓

$$677^2 + 1 = 458330$$

↓

⋮

$$c = 0.1 + 0.5i$$

$$(0.10 + 0.50i)^2 + 0.10 + 0.50i = -0.14 + 0.60i$$

↓

$$(-0.14 + 0.60i)^2 + 0.10 + 0.50i = -0.24 - 0.33i$$

↓

$$(-0.24 - 0.33i)^2 + 0.10 + 0.50i = 0.047 + 0.34i$$

↓

$$(0.047 + 0.34i)^2 + 0.10 + 0.50i = -0.01 + 0.53i$$

↓

$$(-0.01 + 0.53i)^2 + 0.10 + 0.50i = -0.18 + 0.48i$$

↓

$$(-0.18 + 0.48i)^2 + 0.10 + 0.50i = -0.1 + 0.32i$$

↓

⋮