H 12 opg D

Laat zien dat wanneer er 2 groepen worden vergeleken de Kruskal-Wallis test equivalent is aan de Mann-Whitney test

data Y_{ij} : R_{ij} is de rang van Y_{ij} in ~~de~~ gecombineerde steekproef

$$\overline{R_{i.}} = \frac{1}{J_i} \sum_{i=1}^{J_i} R_{ij}$$

$$\overline{R_{..}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J_i} R_{ij} = \frac{N+1}{2}$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^{I} J_i (\overline{R_{i.}} - \overline{R_{..}})^2$$

Verwerp H_0 als SS_B groot $\Rightarrow \sum_{i=1}^{2} J_i (\overline{R_{i.}} - \overline{R_{..}})^2 > c$

$J_1 = n$

$J_2 = m$

$$\Rightarrow n \left(\overline{R_{1.}} - \frac{m+n+1}{2}\right)^2 + m\left(\overline{R_{2.}} - \frac{m+n+1}{2}\right)^2 > c$$

$$= n\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} R_{1i} - \frac{m+n+1}{2}\right)^2 + m\left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} R_{2i} - \frac{m+n+1}{2}\right)^2 > c$$

$$= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} R_{1i} - \frac{m+n+1}{2} n\right)^2 + \frac{1}{m}\left(\underbrace{\sum_{i=1}^{m} R_{2i}}_{T_Y} - \frac{m+n+1}{2} m\right)^2 > c$$

$$= \frac{1}{n}\left((n+m)\frac{(m+n+1)}{2} - T_Y - \frac{m+n+1}{2} n\right)^2 + \frac{1}{m}\left(T_Y - E(T_Y)\right)^2 > c$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2} m (n+m+1) - T_Y\right)^2 + \frac{1}{m}\left(T_Y - E(T_Y)\right)^2 > c \Rightarrow$$

$$\frac{1}{n}\left(E(T_Y) - T_Y\right)^2 + \frac{1}{m}\left(T_Y - E(T_Y)\right)^2 > c$$

$$\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)\left(E(T_Y) - T_Y\right)^2 > c$$ $\Rightarrow$ som v.d. rangordes groter dan gemiddelde

Wilcoxon sum ranked test v Mann Whitney