

Extra Opgaven Differentiaalvergelijkingen

De assistenten

30 maart 2009

Opgave 1

Beschouw het stelsel

$$\frac{dv}{dt} = Mv$$

met als matrix M :

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

Bereken de stroming na tijd t .

Opgave 2

Beschouw het stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -V'(x) \end{aligned}$$

waarbij $V(x) = x^2 + \epsilon x^4$ met $\epsilon \geq 0$.

- Los het stelsel op als $\epsilon = 0$.
- Bepaal alle vaste punten.
- Bewijs dat $\frac{dH}{dt} = 0$ met $H = \frac{1}{2}y^2 + V(x)$. Met andere woorden, voor een oplossing $(x(t), y(t))$ van de differentiaalvergelijking blijft H constant.
- Bewijs dat elke baan die niet door $(0, 0)$ gaat periodiek is.