

# Functionaalanalyse 2006/7

Inleverdatum: 6 oktober 2006 (11:00)

5). Zij  $H$  een Hilbertruimte en  $F < H$  een gesloten deelruimte. Ga na dat  $F$  en de quotientruimte  $H/F$  dan ook Hilbertruimten zijn.

6). Beschouw op  $C[0, 1]$  het inproduct

$$(f | g) = \int_0^1 f(x)\overline{g(x)}dx$$

en de d.m.v.

$$(Tf)(x) = x \cdot f(x)$$

gedefinieerde operator.

- (i) Laat zien dat  $T : C[0, 1] \longrightarrow C[0, 1]$  continu is en concludeer dat men  $T$  ook als operator  $T : L^2[0, 1] \longrightarrow L^2[0, 1]$  can beschouwen.
- (ii) Is  $T$  injectief?
- (iii) Is  $T$  surjectief?
- (iv) How zou het antwoord op (ii) en (iii) zijn als we het interval  $[0, 1]$  door het interval  $[1, 2]$  vervangen?