

# Functionaalanalyse 2006/7

Inleverdatum: 15 december 2006 (10:45)

21). Zij  $k \in C[0, 1]^2$  en definieer  $T : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$  d.m.v.

$$(Tf)(s) = \int_0^1 k(s, t)f(t) dt .$$

(i) Vind  $c > 0$  met  $\|Tf\|_\infty \leq c\|f\|_2$  voor alle  $f \in C[0, 1]$ .

Hierdoor kunnen we  $T$  voortzetten tot  $\hat{T} : L^2[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ .

(ii) Geef aan waarom ook  $\hat{T}$  een compacte operator is.

22). Definieer  $V : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$  d.m.v.

$$(Vf)(s) = \int_0^s f(t) dt .$$

(i) Ga na dat  $V$  een compacte lineaire operator op  $C[0, 1]$  is.

(ii) Bereken alle eigenwaarden van  $V$ . *Hint:* Laat zien dat  $\|V^n\| \leq \frac{1}{n!}$  voor alle  $n \in \mathbb{N}$ .