

# Functionaalanalyse 2006/7

Inleverdatum: 12 januari 2007 (10:45)

23). Laat zien dat  $\{f \in C^2([0, 1], \mathbb{R}) \mid f(0) = 0 = f(1)\}$  dicht ligt in  $L^2([0, 1], \mathbb{R})$ . *Hint:* werk met functies  $g_n$  waarvoor  $g_n(0) = 0 = g_n(1)$  en  $g_n(x) = 1$  voor alle  $x \in [\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}]$ .

24). Zij  $H$  een Hilbertruimte en  $T \in L(H)$ .

- a) Laat zien dat  $T^*T$  zelfgeadjungeerd is en dat  $\|T^*T\| = \|T\|^2$  geldt.
- b) Zij  $T$  bovendien compact. Ga na dat de geadjungeerde operator  $T^*$  dan eveneens compact is.