

# Functionaalanalyse 2008/9

Inleverdatum voor opgaven 27 en 28 is 31 oktober (11:00)

25). Zij  $(\lambda_i)_{i \in \mathbb{N}} \in \ell^\infty$ . Ga na dat d.m.v.

$$T((a_i)_{i \in \mathbb{N}}) = (\lambda_i a_i)_{i \in \mathbb{N}}$$

een begrensde lineaire operator  $T \in L(\ell^2)$  wordt gedefinieerd.

26). Zij  $E$  een Banachruimte t.o.v. twee normen  $\|\cdot\|$  en  $\|\|\cdot\|\|$  met

$$\bigwedge_{x \in E} \|x\| \leq \|\|x\|\| .$$

Bewijs dat deze normen equivalent zijn.

27). Zij  $B$  een Banachalgebra met  $1$  en  $T \in B$ . Laat zien dat voor  $\rho(T) < 1$  het element  $1 - T \in B$  inverteerbaar is. *Hint*: ga na dat de meetkundige reeks  $\sum_{k=0}^{\infty} T^k$  convergeert.

28). Zij  $E = F \oplus G$  een Banachruimte die algebraïsch directe som van twee gesloten deelruimten  $F, G < E$  is. Laat zien dat  $E$  dan automatisch de topologisch directe som van  $F$  en  $G$  is.