

Manfred Lehn

Institut für Mathematik

Johannes Gutenberg-Universität Mainz

55099 Mainz, Duitsland

lehn@mathematik.uni-mainz.de

Wiskundig werktuig

Hoe houd je een goede seminariumvoordracht?

In december 2001 dicteerde Klaas Landsman het NAW-lezerspubliek hoe een wiskundige voordracht gegeven wordt. In de Duitse wiskunde-wereld circuleert sinds enige jaren het advies van Manfred Lehn, hoogleraar meetkunde te Mainz, voor het houden van een seminariumvoordracht. In onze minireeks ‘Wiskundig Werktuig’ geven we een vertaling van Lehns tekst: een pleidooi voor de klassieke, tot in de puntjes voorbereide krijtbord-voordracht. Om studenten voor te bereiden of af te schrikken.

Het doel van een seminariumvoordracht is tweeledig. Aan de ene kant moet de spreker iets leren door zich een min of meer vastomlijnd wiskundig thema eigen te maken. Aan de andere kant moeten de andere deelnemers iets opsteken doordat de spreker hen zijn verworven inzicht in hapklare brokken voorschotelt. De docent ervan te overtuigen dat het tentamenbriefje verdiend wordt moet niet de drijfveer van zo’n voordracht zijn, hooguit een neveneffect. Dit moet een spreker zich van tevoren goed realiseren, vooral als dit briefje de belangrijkste motivatie voor deelname zou zijn.

Een mondelinge voordracht biedt diverse mogelijkheden die een tekst mist. Een goede spreker is zich hiervan bewust en buit deze mogelijkheden uit. Een slechte voordracht is slechts georganiseerde tijdverspilling en ook onbeschaafd tegenover het publiek.

Ik beschrijf hieronder een aantal aandachtspunten die kunnen helpen bij de voorbereiding en uitvoering van een seminariumvoordracht. Niet alles wat ik te berde

breng zal door iedereen omarmd worden. Anderen zullen misschien de nadruk anders leggen. Hoewel sommige zaken voor de hand liggend of zelfs banaal lijken is het toch goed om er even bij stil te staan.

Neem de voorbereiding serieus, maar houd de voordracht luchtig!

Tijdens de voorbereiding van een voordracht moet aandacht worden besteed aan inhoudelijke en voordrachttechnische aspecten. Het is evident dat een goede lezing alleen gegeven kan worden als de spreker begrijpt waar hij het over heeft. Een goede inhoudelijke voorbereiding is daarom een essentiële voorwaarde voor elke voordracht. Begin op tijd met deze voorbereiding. Twee weken van tevoren is meestal te krap.

De inhoudelijke voorbereiding

Waar moet de lezing over gaan? Stem de vraagstelling op tijd af met de begeleider om te voorkomen dat de voordracht over een verkeerd thema gaat, of dat de nadruk verkeerd wordt gekozen. Vaak kunnen zinvolle vragen

pas gesteld worden nadat een deel van het onderwerp bestudeerd is. Belangrijk is ook om te weten hoe het onderwerp in de samenhang van het hele seminarium is ingebed.

Welke literatuur is er beschikbaar? Vaak wordt een seminarium gehouden aan de hand van een boek of artikelen. Probeer altijd om nog extra literatuur te vinden voor een goede beeldvorming over het onderwerp.

Hoe lees je wiskundige teksten? Iemand die een seminariumvoordracht houdt heeft tijdens zijn studie al verschillende boeken gelezen en weet dat er in essentie twee manieren zijn om een wiskundige tekst te bekijken:

- Het vogelperspectief: Wat zijn de grote lijnen? Waar gaat de tekst over? Wat zijn de belangrijke begrippen en uitspraken? Wat zijn de ideeën van de bewijsstructuren? Wat is het doel?
- Het kikkerperspectief: Hoe wordt dit in detail gedaan? Hoe werkt een bewijs? Waar zijn de voorwaarden in een bewijs voor nodig? Wat gebeurt er als je ze weg laat?

Tussen deze twee perspectieven moet geregeld heen en weer worden geschakeld. Zonder overzicht kun je gemakkelijk in het eerste het beste technische lemma vast komen te zitten. Bij eerste lezing sla je alle bewijzen over en concentreer je je op de beweringen.

Dan komt er een moment waarop de beweringen moeilijker te doorgronden worden als je niet meer begrip voor de gebruikte terminologie ontwikkelt. Dan wordt het tijd om beter naar de bewijzen te kijken. Als je vervolgens meer technische details begrijpt is het goed om weer even te reflecteren over de samenhang, enzovoort.

In grote lijnen is dit ook een goede aanpak om individuele stellingen en voorbeelden te bestuderen. Bij een nieuwe stelling kun je je voor, tijdens en na het bestuderen vragen van de volgende soort stellen: Zijn er eenvoudige voorbeelden of speciale gevallen? Zijn er eenvoudige tegenvoorbeelden waarbij niet aan voorwaarden is voldaan? Zijn er aanknopingspunten met bekende begrippen of uitspraken? Is er een karakteristiek voorbeeld dat alle wezenlijke aspecten illustreert?

als vraag uit het publiek opduiken.

Deze schriftelijke uitwerking hoeft niet overeen te komen met de tekst van de voordracht. Vaak worden tijdens de voordracht bepaalde bewijsstappen of saaie berekeningen weggelaten. Toch moet juist alles wat wordt weggelaten wel goed voorbereid klaarliggen voor het geval dat. Houd tijdens het uitwerken altijd de volgende gezichtspunten in het oog:

- De auteur heeft het niet bij het rechte eind. Bekijk de argumenten met een gezonde dosis argwaan. Een bewering is niet waar omdat hij gedrukt staat. In wiskundige teksten kunnen ook fouten staan, zelfs in teksten die al door velen zijn bekeken. Deze instelling is ook een psychologische truc om jezelf te dwingen nauwkeurig en kritisch te blijven werken.

is een boek. Een tekst heeft heel andere mogelijkheden dan een voordracht en vice versa. Een bewijsvoering uit een boek waarvoor flink gebladerd moet worden kan minder geschikt zijn tijdens een voordracht omdat dan rekening moet worden gehouden met de beperkte capaciteit van het korte termijngeheugen van de toehoorders. Probeer een vorm te vinden die beter bij de presentatie past. Laat bijvoorbeeld referentiemateriaal op een apart bord of scherm staan. Praat nooit over dingen die je niet helemaal begrijpt, al is de verleiding nog zo groot. Het zal je net gebeuren dat iemand uit het publiek, vaak zonder kwade opzet, een vraag stelt, precies over deze zwakke plek in je verdediging. Als dit toch gebeurt, geef dan ruiterlijk toe dat je hier nog vraagtekens hebt. Het punt kan dan mogelijk in de groep besproken worden. Dit moet natuurlijk niet



Vogel- en kikkerperspectief



De uitwerking op papier

Wie een globaal begrip van het onderwerp heeft kan beginnen met een schriftelijke uitwerking. Daarin moeten alle zaken staan die met de voordracht te maken hebben. Werk alle (!) details uitgebreid uit op papier. Dat geldt in het bijzonder voor opmerkingen van de vorm "Het is triviaal om in te zien dat...". Struikelpunten die tijdens de voorbereiding optreden kunnen ook tijdens het seminarium

- De argumenten zijn in te korten. Probeer altijd om de bewijsvoering te vereenvoudigen. Als dat lukt, moet je je wel meteen afvragen waarom de auteur daar niet op is gekomen. Vaak ligt het eraan dat de vereenvoudiging domweg onjuist is. Het is heel leerzaam om de fout te ontdekken en het kan zelfs illustratief zijn om dit tijdens de voordracht ter sprake te brengen.

Een voordracht is een voordracht en een boek

te vaak gebeuren omdat dan pijnlijk duidelijk wordt dat je voorbereiding onvoldoende was.

Tijdens de voorbereiding is het raadzaam om gebruik te maken van de begeleiding van de docent. Natuurlijk zal niet elke epsilon worden voorgerekend, want de voorbereiding is juist een wezenlijk onderdeel van de te verrichten inspanning. Het is echter ook niet effectief om wekenlang tegen een knelpunt aan te hikken als een eenvoudige opmerking mis-

schien al opheldering geeft. In ieder geval moeten het thema en de samenhang met het seminarium worden doorgesproken.

De voordracht

Naarmate je je meer thuis gaat voelen in het onderwerp gaat het werk allengs over in de voorbereiding van de voordracht. Daartoe moeten alle tot dan toe vergaarde kennis en inzichten worden samengeballd tot een presentatie. Hoewel maar een deel van deze inzichten in de lezing terecht zullen komen moet je altijd iets meer weten, of voorbeelden achter de hand hebben, in verband met mogelijke vragen.

Voor de voordracht moet aantal veelvoorkomende stereotypen worden vermeden:

- De autistische voordracht. De spreker is zich er niet van bewust dat hij niet alleen in de zaal is. Hij spreekt meer met zichzelf en het bord dan tot het publiek en laat het publiek liever niet aan de voordracht deelnemen.
- De Ik-weet-het lezing. De spreker is er op uit om het publiek te bewijzen dat hij het onderwerp uitstekend beheerst. In een adembenemend tempo rijgen definities, stellingen en bewijzen zich als parels aan een ketting, zonder dat het publiek de kans krijgt om de details of de samenhang echt te begrijpen. Dat is dan ook niet de bedoeling omdat dit het kennismonopolie van de spreker zou aantasten.
- De kneuslezing. De spreker heeft zich slecht voorbereid en begrijpt het onderwerp niet. Slechte formuleringen en een onleesbaar handschrift verhinderen tussentijdse vragen. Veel tijd wordt verspeeld aan eenvoudige dingen en de moeilijker onderwerpen komen niet meer aan bod.

Een goede lezing onderscheidt zich vanaf het begin doordat communicatie van het thema naar het publiek in het middelpunt staat. Uit dit basisprincipe zijn andere eigenschappen af te leiden. Bij de keuze van de inhoud van de lezing moet rekening worden gehouden met de beschikbare tijd en het absorberend vermogen van het publiek. Het lijkt wel eens of sprekers per definitie tijd tekort komen. En dat terwijl tijdsoverschrijding een doodzonde is. Het is onhoffelijk naar het publiek en leidt tot afraffelen van onderwerpen. Bij twijfel moet er worden ingekort, uiteraard wel met overleg. Welke onderdelen zijn essentieel omdat ze net de crux van de zaak bevatten of typisch voor de aanpak zijn, welke stukken zijn minder belangrijk of lijken op andere onderdelen en kunnen zonder verlies van begrip weggelaten worden? Sneller schrijven op het bord

of klikken in Power Point lijkt een oplossing, maar dit helpt het publiek niet, en dus ook de spreker niet. Die wordt namelijk beoordeeld op hoe zijn voordracht bij het publiek overkomt. Bedenk goed dat argumenten die voor de spreker na weken noeste arbeid triviaal lijken te zijn geworden bij het publiek misschien niet direct landen. Noem nooit dingen triviaal die dat niet zijn, daarmee beledig je het publiek.

Spreek altijd naar het publiek, want van het bord valt weinig interesse en interactie te verwachten. Richt je tot individuele luisteraars, zoek oogcontact en praat niet uitsluitend voor de docent. Het publiek bestaat uit je medestudenten. Spreek luid en duidelijk, maar zonder te forceren. Onduidelijk gemompel, snel en zacht praten en voorlezen versterken de indruk van onzekerheid. Oriënteer je vooraf op de zaal. Hoeveel bordes zijn er ter beschikking, is er een overheadprojector, werken de computerfaciliteiten/beamer en is het de bedoeling dat die gebruikt worden? Plan van tevoren goed hoe deze audiovisuele hulpmiddelen worden ingezet. Plan precies wat er gezegd wordt en wat wordt opgeschreven en markeer dit in je manuscript. Zinnen op het bord moeten volledig uitgeschreven en grammaticaal correct zijn. Dat is vermoeiend en tijdrovend. Strategisch ingezette symbolische notatie kan verhelderend werken. Maar hier geldt ook dat overdaad schaadt. Persoonlijk heb ik een hekel aan logische operatoren als 'en/of/niet' en aan opeenhopingen van kwantoren.

Gebruik figuren en schetsen met overleg. Een goede figuur zegt soms meer dan vele regels tekst. Veel mensen zijn visueel ingesteld en snappen een goede figuur sneller dan een paar regels tekst. Ontwerp de plaatjes van tevoren. Wat moet de figuur duidelijk maken? Welke informatie hoort erin? Welk gezichtspunt kies je? Hoeveel plaats heeft de figuur nodig en waar begin je zodat alles op het bord past? Teken netjes en precies.

Bij schrijven op een schoolbord is een leesbaar handschrift belangrijk. Vooral bij formules is het belangrijk dat symbolen duidelijk en ondubbelzinnig zijn. Een α mag niet op een a lijken, een z moet te onderscheiden zijn van een 2 , een ξ en een ζ moeten duidelijk verschillen, een l kan snel op een e lijken, een Σ is geen zigzaglijn. Bij een schoolbord hoort een ongemarkeerde schrijfrichting. Die loopt horizontaal van links naar rechts en niet schuin naar boven of beneden. Breukstrepen bevinden zich op dezelfde hoogte als het =-teken. Een karakteristiek handschrift is zeker mooier dan kinderlijke blokletters, maar die

zijn altijd nog te prefereren boven een onleesbaar gekrabbel. Voor artsen mag het voldoende zijn dat ze hun eigen handschrift kunnen lezen, maar voor een spreker op een seminarium telt alleen het publiek.

Naar mijn mening moet een wiskundige voordracht voor het schoolbord plaatsvinden. Overhead sheets zijn alleen bij hoge uitzondering toegestaan en dan alleen als snelle illustratie. Ze zijn zeer geschikt voor samenvattingen, om tussenresultaten te presenteren voor later gebruik, of om complexe plaatjes of grafieken snel weer te geven. Sheets hebben het nadeel dat ze het publiek tot passiviteit verleiden:

- De ruimte wordt vaak verduisterd, omdat de sheets ander niet leesbaar zijn. Dit veroorzaakt bijna automatisch een slaapreflex bij veel toehoorders.
- Het meeschrijven vanaf sheets is veel lastiger. Dat komt omdat het menselijk oog problemen heeft zich om te stellen van sheet naar donker papier. Verder staat er vaak teveel informatie op sheets en is er te weinig tijd om alles over te schrijven. Als er sheets worden getoond is de eerste reactie van het publiek vaak dat pennen worden neergelegd.

Met sheets kun je informeren, maar niet argumenteren. Gebruik je ze toch, dan gelden de volgende gedragsregels:

- Gebruik weinig sheets en laat ze zo lang mogelijk liggen.
- Een sheet mag niet teveel tekst bevatten en moet in juiste volgorde worden besproken.
- Het schrift op een sheet moet nog duidelijk zijn dan op het bord. Let bij gedrukte tekst op het lettertype. Schreefloze (sans serif) lettertypen zijn beter leesbaar dan bijvoorbeeld Times. Een zinvolle toepassing van kleuren kan de leesbaarheid enorm ten goede komen.
- Nooit mag een deel van de sheet worden afgedekt en dan in de loop van het verhaal zichtbaar gemaakt worden. Het papier waarmee dat gebeurt ligt vaak scheef en heeft de neiging om op de grond te vallen. Dat leidt in ieder geval tot onrust.
- Op een sheet mag alleen tekst staan die tijdens de lezing wordt gebruikt.
- Het is onhoffelijk om sheets te hergebruiken die voor andere doeleinden hebben gediend. Een sheet moet voor elke voordracht weer opnieuw zo gemaakt worden als hij wordt gebruikt.
- Sheets moeten in de taal van de voordracht zijn gesteld. Het gebruik van Engelse taalige sheets tijdens een anderstalige le-



A Serious Man, Copyright 2009, Focus Features

zing is helaas een toenemende onhebbelijkheid.

De rol van overhead sheets is inmiddels grotendeels overgenomen door Power Point presentaties. Deze beamerpresentaties hebben dezelfde problemen als sheetpresentaties, en daarnaast nog meer: de spreker is helemaal aan het medium gebonden en kan fouten niet meer corrigeren of flexibel op vragen vanuit het publiek reageren. Beamerpresentaties zijn dan ook principieel verboden, tenzij er zeer goede redenen zijn. Maar die kan ik mij nauwelijks voorstellen.

Als je nog niet eerder een lezing in deze vorm hebt gehouden dan loont het zeker de moeite om te oefenen voor een lege zaal, of liever nog, voor iemand die feedback kan geven. Hierdoor kun je een gevoel krijgen voor de hoeveelheid tijd die nodig is. Verder is het goed om je eigen stem te horen en om beweringen een keer duidelijk hardop te formuleren. Een proeflezing geeft meer zekerheid en kan plankenkoorts verminderen. Na een proeflezing moet het manuscript altijd kritisch worden herzien.

Spreek ongedwongen! Dat is een grote uitdaging en tegelijk een moeilijke hindernis die zelfs docenten niet altijd nemen. Dit vergt natuurlijk oefening. Maar neem je in ieder geval voor het te proberen. Belangrijk is natuurlijk dat je inhoudelijk goed bent voorbereid. Er kunnen altijd stukken zijn waarover je je onzeker voelt, maar het is belangrijk dat deze

onzekerheid binnen de perken blijft, dat je niet van je apropos raakt. Het voordeel van het herhaald herschrijven van het manuscript (je wil ten slotte een optimale presentatie geven) is dat je na verloop van tijd waarschijnlijk de halve voordracht uit het hoofd kent. Dit is geen doel op zich. Het is belangrijker om het overzicht te bewaren, om op elk moment te weten waar je bent en waar je heen wil. Het publiek moet daar trouwens ook geregeld aan herinnerd worden. Denk na over de volgende vraag: Hoe moet een volledig onvoorbereid publiek een lezing begrijpen als de spreker zelfs na uitvoerige voorbereiding niet buiten zijn manuscript kan? Er is niets op tegen om lange berekeningen met een blik in het manuscript te controleren, of om stellingen met ingewikkelde voorwaarden over te schrijven. Probeer echter de bewijzen ongedwongen te formuleren en gebruik het manuscript meer als leidraad. Een goed begin is om het manuscript geregeld neer te leggen. Niets is minder inspirerend dan eerst een bewijs over te schrijven en vervolgens met de rug naar het publiek te gaan bedenken waarom de opgeschreven argumenten nu eigenlijk kloppen. Alle begin is moeilijk. Als je je zekerder voelt met een stuk papier in de hand, probeer het dan steeds vaker weg te leggen. Je zult merken: dat werkt bevrijdend.

Nabespreking

Eigenlijk zou er na de voordracht gelegen-

heid moeten zijn om inhoudelijk en over de vorm te discussiëren en te reflecteren, maar daar is niet altijd voldoende tijd voor. Sommige docenten willen fouten en kritiepunten ook niet in het openbaar bespreken. Probeer in ieder geval feedback te krijgen over manier van voordracht, bordgebruik etcetera en spreek medestudenten en begeleiders hierop aan. Alleen zo kun je toekomstige lezingen verbeteren.

Na de voordracht is het seminarium nog niet voorbij. Volg de lezingen van je medestudenten opmerkzaam en probeer daar iets van te leren. Begrijp je iets niet, wees dan niet bang het te vragen. Denk aan de hoofdregel. Nu zijn alleen de rollen omgedraaid en ben je onderdeel van het publiek, de lezing wordt nu voor jou gehouden. Zie niet af van vragen uit misplaatste solidariteit tegenover je medestudenten. Het begrip van de wiskunde staat centraal en niet de schijnwinst op korte termijn. Alleen zo is een seminariumvoordracht geen slechte theatervoorstelling waarbij publiek, spreker en docent naar het einde smachten. Natuurlijk beperk je je niet tot het volgen van het voorgeschreven minimale aantal lezingen. Hopelijk heeft de lezing je zoveel voldoening gebracht dat je steeds weer opnieuw de uitdaging van nieuwe onderwerpen wil aangaan. Veel succes en veel plezier! ←

Vertaling: Hans Melissen