Informatie over het Werkstuk bij Kaleidoskoop, 2008-2009

Het werkstuk wordt gemaakt door groepjes van drie studenten, waarbij elke student een deel van het werkstuk moet schrijven. De bedoeling van het werkstuk is dat de deelnemers ervaring opdoen in het zelf onderzoeken van een wiskundig onderwerp en het schriftelijk rapporteren hierover. De onderwerpen bieden ruimte voor het stellen en onderzoeken van eigen vragen. Elk groepje wordt regelmatig begeleid door een staflid. Het groepje bespreekt met deze begeleider hoe te werk zal worden gegaan, en kan ook bij hem of haar terecht voor vragen, hints, suggesties, enz. Het werkstuk wordt bij de begeleider ingeleverd en door deze met een cijfer beoordeeld. Een voldoende beoordeling is noodzakelijk. Alle drie krijgen het zelfde cijfer. Je bent niet alleen verantwoordelijk voor je eigen bijdrage.

Werkwijze

In de periode tot 27 oktober vormen de studenten zelf groepjes van 3 personen. Zorg dat je twee bruikbare medestudenten in je groepje hebt, en zorg dat je zelf ook goed meedoet. Er zijn altijd weer studenten die liever alleen werken of in een paar. Daar kunnen we echt niet aan beginnen. Sorry. Zorg dat je op tijd in een groepje belandt, want dan heb je nog invloed op de samenstelling. Elk groepje kiest een onderwerp voor het werkstuk uit de hiernavolgende lijst met samenvattingen (zie: blz. 3 e.v.). Eventueel mag men ook zelf een onderwerp voorstellen, maar dat behoeft dan wel de goedkeuring van de docent en bovendien is het niet de bedoeling om profielwerkstukken van het VWO te recyclen. **Op 27 oktober, tijdens het kaleidoskoopcollege, geven de deelnemers schriftelijk, met het aanmeldingsformulier op de laatste bladzijde van dit pamflet, de samenstelling van de groepjes en het onderwerp op. Vul het aanmeldingsformulier met zijn drieën in. Elk groepje dient ook een tweede en zo mogelijk een derde keus op te geven,** omdat de werkstukjes ook worden gebruikt bij het studieonderdeel *Overdragen van Wiskunde* als uitgangspunt voor voordrachten. Daarbij is het onprettig als het steeds over hetzelfde onderwerp gaat.

Elk groepje krijgt **omstreeks 15 november** per e-mail een **onderwerp** en **begeleider** toegewezen, en **maakt daarna zo snel mogelijk, en in elk geval voor een in de e-mail aangegeven datum, met de begeleider een afspraak voor een eerste gesprek. Bedenk dat de begeleider nog meer te doen heeft. Houd je aan alle afspraken.**

Het werkstuk moet geformuleerd worden in goed lopende nederlandse zinnen, en het moet begrijpelijk zijn voor een medestudent die het onderwerp niet kent. Het werkstuk zal in het algemeen bevatten:

- vraagstelling,
- gevonden oplossingen,
- beantwoording van deze vraagstelling, en van eventueel later opgekomen uitbreidingen,
- eventueel: open vragen, ideeën voor verder onderzoek,
- als literatuur gebruikt is: verwijzing hiernaar, literatuurlijst. (Men hoeft lang niet altijd literatuur te gebruiken, overleg in alle gevallen met de begeleider.)
- een nuttige handleiding bij het schrijven van wiskundige werkstukken kan men vinden op de schrijfwijzer `www.math.uu.nl/Onderwijs/Schrijfwijzer/SchrijvenInDeWiskunde.pdf`

Het werkstuk wordt uiterlijk 30 januari 2007 bij de begeleider ingeleverd. Deze toetst het werkstuk in ieder geval op leesbaarheid en wiskundige correctheid. Men moet een midden zien te vinden tussen te veel werk enerzijds, en te onbenullig werk anderzijds.

Opgeven keuze

Lever per groepje op 27 oktober de volgende gegevens in:

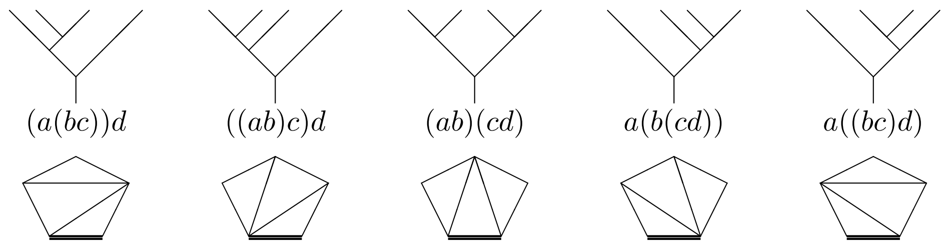
Samenstelling groepje: Geef je e-mailadres en zo mogelijk ook een telefoonnummer; soms is bij de indeling overleg nodig.

Gekozen onderwerpen: Geef minstens twee (liever drie) onderwerpen in volgorde van voorkeur.

Wilberd van der Kallen

Onderwerpen, met nieuwe achteraan.

1 **Associativiteit in beeld.** Om getallen met elkaar te vermenigvuldigen hebben we op de basisschool de tafels van vermenigvuldiging geleerd: van paren getallen leerden we wat hun produkt is. Om drie of meer getallen met elkaar te vermenigvuldigen moeten we dat terugvoeren tot herhaald vermenigvuldigen van paren. Anders gezegd we moeten haakjes zetten. Men kan zich nu afvragen op hoeveel verschillende manieren men (bij een gegeven aantal getallen) die haakjes kan zetten. Voor 4 getallen kan dit op 5 manieren. Dit kan men ook grafisch weergeven:



De uitkomst van de vermenigvuldiging hangt niet af van hoe we de haakjes zetten: dit is de associatieve wet. In dit werkstuk wordt bekeken hoe de associatieve wet in zulke plaatjes uitziet. Varianten waarin zowel de associatieve als de commutatieve wet grafisch worden geanalyseerd behoren ook tot de mogelijkheden van dit werkstuk.

2 **Kettingbreuken en dynamische systemen.** De kettingbreukontwikkeling kan ook gezien worden als het herhaald toepassen van een bepaalde functie. Aldus, is er een direct verband tussen kettingbreuken en de theorie van dynamische systemen.

3 **Regelmatige veelvlakken.** Beschouw regelmatige veelvlakken in de $\mathbb{R}^3$ (de 3-dimensionale Euclidische ruimte over de reële getallen). Bij voorbeeld een kubus (een dobbelsteen) is er een van, een regelmatige 3-zijdige piramide (een regelmatig 4-vlak) is een ander. Stelling: *Op gelijkvormigheid na zijn er precies 5 regelmatige veelvlakken in de* $\mathbb{R}^3$. In dit werkstuk worden ze alle 5 geconstrueerd, en wordt er bewezen dat er geen andere zijn. Mooie meetkunde!

4 **De derdegraadsvergelijking.** We leiden de oplossingsformule voor de derdegraadsvergelijking af met behulp van meetkundige ideeën. Daarna wagen we ons aan de vierdegraadsvergelijking.

5 **Complexe getalstelsels.** Het tientallig en het tweetallig stelsel voor reële getallen zijn overbekend. Hier zullen we zulke positionele talstelsels voor complexe getallen onderzoeken. Aan de orde komen: keuze van cijfers bij een gegeven grondtal, de noodzaak van plus-min-tekens, analoga van $0{,}9999\ldots = 1{,}000\ldots$. Desgewenst kan men met behulp van een computer fractal-achtige plaatjes construeren van verzamelingen in het complexe vlak bestaande uit getallen met een gegeven aantal cijfers.

6 **Formele machtreeksen en partities.** Met behulp van formele machtreeksen (dat wil zeggen machtreeksen waarbij men niet in convergentie geïnteresseerd is) kunnen allerlei onverwachte formules worden gevonden. We onderzoeken hiervan voorbeelden, zoals de getallen van Fibonacci en andere recursief gedefinieerde rijen.de juiste

Ook kan op deze manier een verband gelegd worden tussen enerzijds het aantal manieren waarop een natuurlijk getal geschreven kan worden als som van natuurlijke getallen, en anderzijds het aantal manieren waarop dat getal geschreven kan worden als som van (niet noodzakelijk verschillende) oneven getallen.

7 **Wiskundige problemen in de populatiegenetica.** De genetica onderzoekt hoe eigenschappen van organismen overerven. Een eenvoudige model wordt gegeven door de wetten van Mendel. In de populatiegenetica past men dit toe op populaties, en bekijkt men bijvoorbeeld hoe de verdeling van eigenschappen over een populatie zich ontwikkelt. Hierbij komt men tot wiskundige modellen. In dit werkstuk bekijken we deze modellen met wiskundige methoden, en proberen hetgeen we vinden biologisch te interpreteren.

8 **Fareybreuken.** Als je alle breuken in $[0,1]$ met noemers niet groter dan 5 op volgorde zet, krijg je $\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1}$. Dit noemt men de rij Fareybreuken van orde 5. In dit werkstuk onderzoeken we merkwaardige eigenschappen van de Fareybreuken, onder andere met meetkundige methoden.

9 **Markov beslissingsprocessen.** Van toevalsprocessen, zoals bij eenvoudige Markovketens, kun je het toevalsgedrag tussentijds beinvloeden door het nemen van zekere beslissingen (b.v. het verloop van een voorraadniveau is beinvloedbaar door tussentijds bij te bestellen). De kunst is nu om die beslissingen te optimaliseren aan de hand van de verwachte kosten die het toevalsproces veroorzaakt. Na een korte inleiding in de Markov ketens, bestaande uit wat eenvoudige lineaire algebra, bestuderen we het effect dat het maken van tussentijdse beslissingen op zulke processen heeft, en we leren om de optimale beslissingen te bepalen met behulp van het optimaliteitsprincipe van Bellman.

10 **Hyperbolische betegelingen.** We proberen het complexe vlak, of delen daarvan, te betegelen met "driehoeken" waarvan de zijden rechte lijnstukken of cirkelbogen zijn en waarvan de som van de hoeken kleiner is dan π.

11 **Rekenkundig-meetkundig gemiddelde.** Laten a en b twee positieve reële getallen zijn. Bekijk nu de rijen $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ en $(b_n)_{n=0}^{\infty}$ die worden beschreven door

$$a_0 = a, \quad b_0 = b, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n), \quad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Beide rijen zijn convergent met dezelfde limiet $M(a,b)$, het rekenkundig-meetkundig gemiddelde van a en b. In dit werkstuk bestuderen we het verband tussen dit gemiddelde en zogenaamde elliptische integralen van de eerste soort en bepalen we de booglengte van de lemniscaat-kromme in $\mathbb{R}^2$.

12 **Met passer en lineaal.** Met passer en lineaal (zonder cm-verdeling) is een regelmatige vijfhoek te construeren. Als in het vlak een parabool getekend is , dan is het ook mogelijk een regelmatige zevenhoek te construeren; met passer en lineaal alleen is dit niet mogelijk. Gegeven een lijnstuk met lengte a is ook een lijnstuk met lengte $a\sqrt[4]{2}$ te construeren m.b.v. passer en lineaal. De gegeven parabool maakt het ook mogelijk een lijnstuk met lengte $a\sqrt[3]{2}$ te construeren.

13 **knopen.** Neem een touwtje, leg er een knoop in en lijm de uiteinden van het touw aan elkaar. Op deze manier krijg je een object dat wiskundigen een knoop noemen.

Zulke knopen kunnen er ingewikkeld uit zien maar zijn soms door wat te schudden en te trekken over te voeren in een eenvoudige knoop, bijvoorbeeld een lus of een platte knoop. Dit werkstuk gaat in op de volgende vragen.

Hoe beschrijf en presenteer je wiskundig een knoop?

Hoe kun je knopen op een wiskundige manier ontrafelen?

Hoe kun je aantonen dat twee knopen echt verschillend zijn? Literatuur: Colin C. Adams, The Knot Book (Natuurkunde bibl. 1C45 612).

14 Eindige projectieve vlakken. In een 'abstract' vlak hebben we punten en lijnen: door 2 punten gaat altijd precies één lijn, twee lijnen hebben altijd precies één snijpunt. Als we aan het gewone vlak 'oneindige punten' en een 'oneindige lijn' toevoegen ontstaat een zgn. projectief vlak. In dit werkstuk willen we projectieve vlakken met een eindig aantal punten en lijnen construeren. Hierbij gaan we meetkundig te werk. Het zou ook met lineaire algebra kunnen, maar dan over een eindig lichaam.

15 Projectieve meetkunde en dualiteit. In het projectieve vlak kunnen we punten voorstellen m.b.v. 3 coördinaten $(x : y : z) \neq (0 : 0 : 0)$ en er geldt dat $(x : y : z)$ en $(\lambda x : \lambda y : \lambda z)$ met $\lambda \neq 0$ hetzelfde punt voorstellen, de zgn. homogene coördinaten. Lijnen in dit vlak kunnen we voorstellen als de verzameling punten die voldoen aan $ax + by + cz = 0$; a, b of $c \neq 0$. Nu merken we op dat $ax + by + cz = 0$ en $(\lambda a)x + (\lambda b)y + (\lambda c)z = 0$ dezelfde lijn oplevert, d.w.z. lijnen zouden we dus ook kunnen noteren met homogene coördinaten $(a : b : c)$. Deze overeenkomst staat bekend als dualiteit. In dit werkstuk worden dualiteit en vreemde verschijnselen die zich voordoen bij het "verwisselen"van lijnen en punten bestudeerd.

16 Congruente getallen. Een positief geheel getal n heet *congruent* als er een rechthoekige driehoek bestaat met zijden met rationale lengtes en met oppervlak gelijk aan n. Bij voorbeeld: de getallen 9/6 en 40/6 en 41/6 als zijden (ga na: $81 + 1600 = 41^2$) geven $n = 5$. Het is nog steeds niet bekend hoe alle congruente getallen beschreven kunnen worden. Wel is er een vermoeden. Dit probleem is nog steeds niet opgelost! In het werkstuk worden methodes besproken die een beschrijving van dit probleem geven. We zien al gauw hoe een "elementair"probleem aanleiding geeft tot mooie wiskunde.

17 Beste approximaties van irrationele getallen. Irrationale getallen zijn lastig om mee te werken, terwijl rationale getallen juist heel prettig in het gebruik zijn, vooral als de noemer klein is. Juist omdat irrationale getallen zo lastig zijn, gebruiken we vaak rationale benaderingen. Het is duidelijk dat goede benaderingen gevonden kunnen worden als we de noemer steeds groter mogen kiezen, maar dan wordt de "gebruikersvriendelijkheid" van de rationale benadering wel steeds kleiner. De klassieke stelling van Hurwitz-Borel laat zien dat deze twee tegenstrijdige 'belangen' te balanceren zijn.

18 Het getal e. Eerst worden twee formules voor e bekeken. Aangetoond wordt dat ze dezelfde waarde opleveren. Daarna wordt een verrassend verband gelegd tussen e en het aantal manieren om een eindige verzameling in parten te verdelen.

19 On the Removal of Parentheses, on Euler, Gauss and Macdonald, and on Missed Opportunities. Je kunt het aantal opdelingen van 5 eenvoudig uitrekenen. Er zijn namelijk 7 mogelijkheden: 5, 4+1, 3+2, 3+1+1, 2+2+1, 2+1+1+1 en tenslotte 1+1+1+1+1. Hoeveel mogelijkheden zijn er voor 50? Dit probleem blijkt gemakkelijk op te lossen door bijvoorbeeld met MATHEMATICA het product van de polynomen $1+x+x^2+...+x^{50}, 1+x^2+x^4+...+x^{50}, 1+x^3+...+x^{48}, ..., 1+x^{49}, 1+x^{50}$ uit te rekenen. Als we vervolgens naar de coefficienten van het product kijken, dan is het aantal mogelijkheden van opdelingen van n waarbij n niet groter mag zijn dan 50 de coefficient van x^n. Waarom is dit zo? Trouwens het aantal mogelijkheden voor $n = 50$ is 204226. In het verhaal van Fuchs wordt o.a. deze en nog een andere methode beschreven om het aantal opdelingen van n te berekenen. Het centrale thema is (oneindige) producten, machtreeksen en bepaalde identiteiten.

20 **On Regular Polygons, Euler's Function, and Fermat Numbers.** Als we proberen een gelijkzijdige driehoek met passer en lineaal te construeren dan is het eenvoudig in te zien dat dit mogelijk is. Een gelijkzijdige en gelijkhoekige 4 en 6-hoek construeren is ook makkelijk. Een 5-hoek is wat moeilijker en een 7-hoek blijkt niet mogelijk te zijn. In dit verhaal wordt ingegaan op de vraag wanneer het mogelijk is een regelmatige n-hoek te maken. Er blijkt een relatie te bestaan tussen de mogelijkheid van constructie, de ontbinding van n in priemfactoren en zogenaamde Fermat priemgetallen.

21 **Evolutieprocessen en differentiaalvergelijkingen.** Velerlei processen in de natuur die in de tijd veranderen kunnen gemodelleerd worden m.b.v. gewone differentiaalvergelijkingen (DVen). Bijvoorbeeld kan de beweging van een slinger of de groei van een populatie in termen van DVen beschreven worden. In dit werkstukje komen we enkele basismodellen tegen die dergelijke verschijnselen modelleren. Er wordt gestart met een korte inleiding over de "eerste"DVen die door o.a. Newton en Huygens afgeleid zijn.

22 **Statistiek in de rechtszaal.** Bij de geruchtmakende rechtszaak rond verpleegkundige Lucia de B. stond de statistiek sterk in de belangstelling. We gaan in op de methoden en opinies van statistici en kansrekenaars die daarbij een rol speelden.

23 **Boldriehoekmeting.** Boldriehoeksmeting is een ouderwetsklinkende naam voor een onderdeel van de wiskunde dat momenteel op allerlei terreinen wordt toegepast: navigatie (vliegtuigen, satellieten, GPS-systemen), computersystemen (ihb. computerspelletjes), mechanica, etc. In het werkstuk kunnen kijken naar dit soort toepassingen. Anderzijds is het ook interessant om te kijken naar de relaties met andere onderwerpen uit de wiskunde: meetkunde, groepentheorie en analyse. Deze worden vooral zichtbaar als men het onderwerp op een moderne wijze aanpakt.

24 **Vlakvullende krommen.** Een continue kromme in de $\mathbb{R}^2$ is een continue afbeelding van een interval $I \subset \mathbb{R}$ naar de $\mathbb{R}^2$. Nu bestaan er krommen die een rechthoekig gebied geheel opvullen. In dit werkstuk worden enkele van deze krommen nader bekeken. We geven het constructieprocédé en vragen je o.a. te bewijzen dat de resulterende krommen inderdaad continu zijn.

25 **Wiskunde en de compact disc.** Het succes van de compact disc (een Nederlandse uitvinding) is te danken aan allerlei technische innovaties, maar ook aan een flink portie wiskunde. In dit werkstuk gaan we in op de wiskundige principes die hierbij een rol spelen.

26 twee-adische getallen Er wordt een nieuwe afstand tussen rationale getallen ingevoerd. Deze houdt verband met het tweetallig stelsel. Na een studie van de eigenschappen van deze afstand wordt een probleem aangepakt dat er niets mee te maken lijkt te hebben: Het gaat over het aantal driehoeken van gelijke oppervlakte waarin een vierkant verdeeld is. Tenslotte wordt de afstand gebruikt om 2-adische getallen te maken. Deze zijn analoog aan gewone reële getallen, maar nu geconstrueerd met behulp van onze nieuwe afstand.

27 Plaatsbepaling m.b.v. een GPS. Een GPS ofwel Global Positioning System is een apparaat waarmee je je positie op aarde kunt bepalen. De GPS krijgt informatie van 4 bewegende satellieten toegestuurd en kan aan de hand daarvan de juiste plaats en hoogte bepalen. Het werkstuk moet een wiskundig antwoord geven op de vraag: Hoe werkt zo'n GPS?

28 Euler, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, etcetera. In dit werkstukje gaan we ons bezighouden met de manier waarop Leonhard Euler (1707-1783) de volgende formules bewees: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}, \ldots \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{26}} = \frac{2^{24}}{27!} \cdot \frac{76977927}{1} \cdot \pi^{26}$. De bedoeling is niet persé, deze formules op moderne manier te bewijzen, wel, Euler's gedachtengang uit te zoeken aan de hand van de Engelse vertaling van Euler's leerboek "Inleiding in de analyse van het oneindige" (1747).

Mogelijke thema's binnen dit werkstuk zijn: de productontwikkeling van $\sin \pi x$; ofwel, uitgaande hiervan, Eulers afleiding van de formules voor $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \ldots \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{26}}$; ofwel de vreemde breuken (zoals $\frac{76977927}{1}$) die daarin optreden (en die verband houden met de zgn. Bernoulli-getallen).

Literatuur: L. Euler, *Introduction to the Analysis of the Infinite, Book I.* Translated by John D. Blanton. New York etc. (Springer) 1988.

29 Machtindices. In veel organisaties worden stemmingen gehouden waarbij het gewicht van de uitgebrachte stemmen varieert over de deelnemers. Denk bijvoorbeeld aan de stemverhouding in de raad van Europa, waardoor grote landen, zoals Duitsland en Frankrijk, beduidend meer invloed hebben dan kleinere landen. In de wiskunde zijn methoden ontwikkeld om de invloed van elk van de deelnemers in zo'n complexe stem-situatie uit te drukken in een getal, de zgn. machtsindex. We bestuderen zulke machtindices en de erachterliggende veronderstellingen over "eerlijkheid" e.d.

30 De planimeter. Een *planimeter* is een instrument dat in de techniek veel gebruikt werd voordat de computer zijn intrede deed. Met dit instrument kun je de *oppervlakte* van een gebied meten door om de *omtrek* heen te lopen. Dit lijkt op het eerste gezicht vreemd, maar in het werkstuk zullen we proberen de werking van dit instrument te beschrijven, en daarna te verklaren, met behulp van begrippen en stellingen uit de infinitesimaalrekening .

31 Stapels bollen. We willen in dit werkstuk bollen, allemaal met gelijke straal 1, in de 3-dimensionale ruimte proppen, zo dat ze elkaar hooguit raken, maar niet echt snijden, en dan bekijken wat de verhouding is tussen het volume dat door de bollen wordt ingenomen en het volume van de hele ruimte. Hoe hangt deze verhouding af van de manier waarop de bollen gestapeld worden? Is er zoiets als een optimale stapeling?

32 **Communicating without errors.** Dit gaat over de foutenvrije capaciteit van een communicatiekanaal met een alfababet waarin naburige letters verward kunnen worden. Met name wordt gekeken naar woorden uit een alfabet dat een vijfhoek vormt. Er komt van alles bij kijken: eigenwaarden, inprodukten, ruimtemeetkunde, . . .
Bron: Martin Aigner en Günter M. Ziegler, Proofs from the book, Springer 1999.

33 **Almost all numbers are normal.** Gaat over de verdeling van cijfers in de decimale ontwikkeling van een willekeurig getal.
Feller VIII.6
Lampery pp 27–28
Marc Kac, "Statistical Independence" eerste 18 paginas.

34 **Gamblers Ruin.** Waarom het Casino aan het langste eind trekt.
Edwards "Pascal's arithm. triangle", appendix 2;
Shiryaev "Probability" Section 1.9

35 **q-binomial coefficients and lineaire algebra.** Over tellen in lineaire algebra over een eindig lichaam.
Kac–Cheung "Quantum calculus", Ch 7.

36 **A probabilistic derivation of Dirichlet Integrals.** Dit gaat over een klasse van integralen over driehoekige gebieden en hoger dimensionale soortgenoten. Ze worden met kansrekening aangepakt.

37 **The curious history of Faà di Bruno's Formula.** Die formule gaat over het herhaald differentiëren van de samenstelling van twee functies.

38 **Some probabilistic Aspects of Set Partitions.** Over het aantal manieren om een eindige verzameling in parten te verdelen.

39 **The hat-check problem.** Een garderobe heeft de hoeden door de war gemaakt. Wat is de kans dat niemand de juiste hoed terug krijgt?

40 **A probabilistic proof of Stirling's formula.** Die formule vertelt hoe groot $n!$ ongeveer is.

41 **A probabilistic proof of the Weierstrass approximation theorem.** Die stelling gaat over het benaderen van continue functies met funkties uit een kleinere klasse, de klasse van de veeltermen.

42 **Optimal Strategies for a Generalized "Scissors, Paper, and Stone" Game.** Speltheorie dus.

43 **Pascal's Matrices.** Matrices die met de driehoek van Pascal samenhangen.

44 **Areas and Intersections in Convex Domains.** Over wonderlijke verbanden tussen een meetkundig probleem en kansrekening.

Inleverformulier

Lever per groep dit formulier in op 30 oktober 2006.

NAAM:

e-mail:

tel.nr.:

NAAM:

e-mail:

tel.nr.:

NAAM:

e-mail:

tel.nr.:

ONDERWERPEN IN VOLGORDE VAN VOORKEUR (NAAM EN LIJSTNUMMER):

1

2

3