Schrijfopdracht bij onderstaande tekst Werk de onderstaande vragen uit in een goedlopende tekst met een duidelijke structuur. Je mag aannemen dat de lezer enigszins bekend is met de brief van Archimedes en die kan raadplegen. Suggestie: je zou zelf een brief kunnen schrijven aan een denkbeeldige vriend met wie je correspondeert over deze tekst, maar dat hoeft niet. Voel je vrij om een vorm te kiezen, als het maar een goedlopende tekst met goede inhoud oplevert, en niet louter een beantwoording van de vragen.

1. Formuleer in je eigen woorden, en met eventueel gebruik van moderne wiskundige begrippen, de stelling (niet het bewijs) die Archimedes behandelt vanaf r. 49.

2. Het "bewijs" maakt gebruik van een mechanisch principe dat je niet snel zou verwachten in een wiskundige tekst. Welk principe, en wat is volgens Archimedes het nut ervan in de wiskunde? Zie de inleiding.

3. Geef zelf een bewijs dat $(A\Xi)^2 = \Gamma A \cdot A\Sigma$. Hint: laat zien dat driehoeken $A\Xi\Gamma$ en $A\Sigma\Xi$ gelijkvormig zijn.

4. In r. 81–90 zit een logisch/filosofische adder onder het gras. Welke? het kan zijn dat je er meer dan één vermoedt; noem dan de belangrijkste. Hoe zou je dit probleem in de tegenwoordige wiskunde oplossen?

5. De tekst op de laatste pagina's is afkomstig uit een Reader met teksten bij het dictaat van Viktor Blåsjö. Lees §R6 over tekstuele aspecten van Griekse wiskunde. Welke elementen die daar genoemd worden herken je in de tekst van Archimedes? (Bedenk wel dat Archimedes een brief aan een relatie schrijft, niet een tekstboek zoals bijvoorbeeld de Elementen van Euclides.)

Archimedes: methode van de mechanische stellingen

Bronnen

E.J. Dijksterhuis, Archimedes, De methode der mechanische theoremata, *Euclides* **17** (1940–41), pp. 8–30.

J.L. Heiberg, *Archimedes Opera Omnia*, Leipzig: Teubner, 1913

De volgende vertaling door J.P. Hogendijk is gebaseerd op de editie van Heiberg, vol. 2, pp. 426–430, 438–446, vergeleken met de vertaling van E.J. Dijksterhuis in Euclides *17 (1940–1), pp. 8–10 en Paul Ver Eecke, vol. 2, p. 477–480, 484–488. Om makkelijk te kunnen verwijzen naar de tekst kun je gebruik maken van de regelnummers in de kantlijn.*

Van Archimedes aan Eratosthenes, (ik hoop dat) het (je) goed gaat.

Ik had je vroeger (enkele) van de (door mij) gevonden stellingen gestuurd, waarvan ik de beweringen[1] had opgeschreven en gevraagd had de bewijzen te vinden, die ik op dat moment niet vermeld had. Van de stellingen die ik toen gestuurd had waren de beweringen deze:

Ten eerste: als in een recht prisma dat een parallelogram[2] als basis heeft een cylinder wordt ingeschreven, die zijn basisvlakken heeft in de tegenover elkaar liggende parallelogrammen (van het prisma) en de zijden op de overige vlakken van het prisma, en als een

[1] Grieks: *protasis* (προτασις), het eerste deel van de Griekse meetkundige stellingen en constructies, volgens het stramien van Euclides.

[2] Uit de rest van het boek blijkt dat de basis van het prisma een vierkant moet zijn.

vlak aangebracht wordt door het middelpunt van de cirkel die de basis van de cylinder is, en één van de zijden van het vierkant in het er tegenover liggende vlak, dan zal het aangebrachte vlak een stuk van de cylinder afsnijden dat omvat wordt door twee vlakken en de oppervlakte van de cylinder, namelijk het vlak dat we aangebracht hadden, het vlak waarin de basis van de cylinder ligt, en het oppervlak van de cylinder tussen de twee genoemde vlakken. Het van de cylinder afgesneden stuk is één-zesde deel van het hele prisma.

Van de andere stelling is de bewering deze: Als in een kubus een cylinder ingeschreven wordt waarvan de basisvlakken in de tegenover elkaar liggende parallelogrammen (van de kubus) liggen en waarvan het oppervlak de overige vier vlakken raakt, en een andere cylinder in dezelfde kubus wordt ingeschreven waarvan de basisvlakken in twee andere parallelogrammen (van de kubus) liggen en het oppervlak de overige vier vlakken raakt, dan is de figuur die overblijft onder de oppervlakken van de cylinders, (d.w.z.) die binnen beide cylinders ligt, twee derde van de hele kubus.

Nu is het zo dat deze stellingen anders zijn dan de stellingen die we eerder gevonden hadden. Want in die stellingen hadden wij figuren van conoïden en spheroiden en stukken daarvan, in grootte met kegels en cylinders vergeleken, maar van geen daarvan hadden wij gevonden dat hij gelijk is aan een lichaam dat bevat is door platte vlakken. Maar nu hebben we gevonden dat elk van deze beide figuren, die begrensd worden door platte vlakken en oppervlakken van cylinders, gelijk is aan een lichaam dat door platte vlakken wordt begrensd.

Van deze stellingen stuur ik je de bewijzen op schrift in dit boek.

Omdat ik, zoals ik zei, jou zie als een ijverig persoon, noemenswaardig als onderwijzer van filosofie, en ook geacht in de wiskunde in de onderhavige beschouwingswijze, heb ik gedacht voor jou in dit zelfde boek ook een speciale methode op te schrijven en uiteen te zetten, waarmee het jou mogelijk zal zijn steun te krijgen bij het kunnen zien van bepaalde dingen in de wiskunde met behulp van de mechanica. Ik geloof dat dit niet minder nuttig is ook voor het bewijs van die stellingen zelf. Want sommige dingen die mij eerst door de mechanica duidelijk geworden zijn, zijn later meetkundig bewezen, omdat de zienswijze volgens deze methode (d.w.z. met mechanica) geen bewijskracht heeft. Nadat je door de methode wat kennis over de gezochte dingen gekregen hebt, is het gemakkelijker het bewijs te vinden dan wanneer je moet zoeken terwijl je niets weet. Daarom komt ook van de stellingen die Eudoxos als eerste bewezen heeft, over de kegel en de pyramide, (namelijk) dat de kegel een derde deel is van de cylinder, en de pyramide een derde van het prisma met dezelfde basis en hoogte, geen gering deel van de eer aan Demokritos toe, die als eerste de uitspraak over de genoemde figuren zonder bewijs gedaan heeft. Ook bij ons is het zo dat van de hier beschreven stelling(en) de ontdekking zich net zo heeft afgespeeld als bij de eerdere stellingen. ...

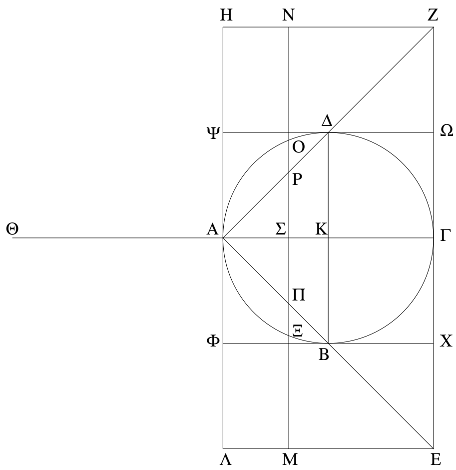
Na deze inleiding slaan we een stuk over en we pakken de draad weer op bij de volgende stelling.

Op de volgende manier kan met dezelfde methode worden ingezien dat elke bol (gelijk) is (aan) vier maal de kegel met basis gelijk aan de grootste cirkel in de bol en hoogte gelijk aan de straal van de bol, en dat de cylinder met basis gelijk aan de grootste cirkel van de bol en hoogte de middellijn van de bol, anderhalf maal de bol is.

Laat er een bol zijn met grootste cirkel $AB\Gamma\Delta$, met middellijnen $A\Gamma$, $B\Delta$ loodrecht op elkaar, en laat er in de bol een (andere) cirkel zijn met middellijn $B\Delta$ loodrecht op cirkel $AB\Gamma\Delta$. Laat op deze loodrechte cirkel een kegel beschreven zijn met top punt A, en nadat het oppervlak (van de kegel) verlengd is, laat de kegel een vlak door Γ evenwijdig aan de basis snijden. Zo zal een cirkel loodrecht op $A\Gamma$ gemaakt worden met diameter

EZ. Laat op deze cirkel een cylinder beschreven zijn met as gelijk aan $A\Gamma$ en laat de zijden van de cylinder $E\Lambda$, ZH geconstrueerd zijn.

Laat ΓA verlengd zijn, en laat $A\Theta$ gelijk daaraan gesteld zijn. Laat een balans $\Gamma\Theta$ gedacht zijn, met steunpunt A. Laat een lijn MN evenwijdig aan $B\Delta$ getrokken zijn, en laat deze lijn de cirkel $AB\Gamma\Delta$ in Ξ, O snijden, de middellijn $A\Gamma$ in Σ, de rechte AE in Π, AZ in P. Laat op de rechte MN een vlak opgericht zijn loodrecht op $A\Gamma$. Dan snijdt dit (vlak) de cylinder in een cirkel met middellijn MN, en de bol $AB\Gamma\Delta$ in een cirkel met middellijn ΞO, en de kegel AEZ in een cirkel met middellijn ΠP.



Omdat de onder[3] ΓA, $A\Sigma$ gelijk is aan de onder $M\Sigma$, $\Sigma\Pi$, want $A\Gamma$ is gelijk aan ΣM en $A\Sigma$ is gelijk aan $\Pi\Sigma$, is het van $A\Xi$ gelijk aan de onder ΓA, $A\Sigma$, dat wil zeggen, de onder $M\Sigma$, $\Sigma\Pi$. Dus is de onder $M\Sigma$, $\Sigma\Pi$ gelijk aan de van $\Xi\Sigma$, $\Sigma\Pi$.

Maar omdat ΓA staat tot $A\Sigma$ als $M\Sigma$ tot $\Sigma\Pi$, dat is het van $M\Sigma$ tot de onder $M\Sigma$, $\Sigma\Pi$, en aangetoond is dat de onder $M\Sigma$, $\Sigma\Pi$ gelijk is aan de van $\Xi\Sigma$, $\Sigma\Pi$, staat dus $A\Theta$ tot $A\Sigma$ als het van $M\Sigma$ tot de van $\Xi\Sigma$, $\Sigma\Pi$.

Echter, het van $M\Sigma$ staat tot de van $\Xi\Sigma$, $\Sigma\Pi$ als het van MN tot de van ΞO, ΠP.

En het van MN staat tot de van ΞO, ΠP als de cirkel met middellijn MN in de cylinder, tot de beide (andere) cirkels, die met middellijn ΠP in de kegel en die met middellijn ΞO in de bol.

Dus ΘA staat tot $A\Sigma$ als de cirkel in de cylinder tot de (andere) cirkels, in de bol en in de kegel.

Omdat nu ΘA staat tot $A\Sigma$ als de cirkel in de cylinder, in dezelfde positie blijvend, tot de cirkels met middellijnen ΞO en ΠP, nadat die verplaatst zijn en in Θ geplaatst zijn zodat het zwaartepunt van allebei in Θ ligt, zullen zij op A in evenwicht zijn.

Op dezelfde manier wordt aangetoond dat als een andere (rechte) wordt getrokken in het parallelogram ΛZ evenwijdig aan EZ, en door de getrokken (rechte) een vlak wordt opgericht loodrecht op $A\Gamma$, dat dan de cirkel die in de cylinder ontstaat, als die in zijn positie blijft, in evenwicht is om punt A met beide cirkels die in de cirkel en de kegel ontstaan nadat ze verplaatst zijn en op de balans op punt Θ worden geplaatst zodat Θ het zwaartepunt van allebei is. Omdat de cylinder wordt opgevuld met de achtergebleven (d.w.z niet verplaatste) cirkels en de bol en de kegel (met de verplaatste cirkels), zal de cylinder, die op zijn plaats blijft, om het punt A in evenwicht zijn met de bol en de kegel als die verplaatst zijn en opgesteld op de balans aan punt Θ, zodat het zwaartepunt van allebei Θ is.

[3]Lees “de onder” als “de rechthoek met zijden gelijk aan”, “het van” als “het vierkant van”, en “de van . . . ” als “de vierkanten van . . . ”.

Omdat de genoemde lichamen dus om A in evenwicht zijn, en K het zwaartepunt is van de cylinder die op zijn plaats blijft, en de verplaatste bol en kegel, zoals gezegd is, om het zwaartepunt Θ zijn, staat ΘA tot AK als de cylinder tot de bol en de kegel. Maar ΘA is het dubbele van AK. Dus is de cylinder het dubbele van de bol en de kegel samen. Maar hij (de cylinder) is het drievoudige van de kegel, dus drie kegels zijn gelijk aan twee dezelfde kegels en twee bollen. Laat de twee gemeenschappelijke kegels weggenomen zijn. Dan is één kegel met driehoek door de as AEZ gelijk aan de genoemde twee bollen. Maar een kegel met driehoek door de as AEZ is gelijk aan acht kegels met driehoek door de as $AB\Delta$, doordat EZ het dubbele van $B\Delta$ is. Dus acht van de genoemde kegels zijn gelijk aan twee bollen. Daarom is de bol met grootste cirkel $AB\Gamma\Delta$ gelijk aan vier maal de kegel met top het punt A en basis de cirkel met middellijn $B\Delta$ loodrecht op $A\Gamma$.

Laten nu in het parallelogram $A\Gamma$ door de punten B en Δ lijnen ΦBX, $\Psi\Delta\Omega$ evenwijdig aan $A\Gamma$ getrokken zijn, en laat een cylinder gedacht zijn met basisvlakken de cirkels met middellijn $\Phi\Psi$, $X\Omega$, en as $A\Gamma$. Omdat de cylinder met $\Phi\Omega$ als parallelogram door de as het dubbele is van de cylinder met $\Phi\Delta$ als parallogram door de as, en die laatste drie maal de kegel is met $AB\Delta$ als driehoek door de as, volgens de *Elementen*, is de cylinder met $\Phi\Omega$ als parallelogram door de as zes maal de kegel met $AB\Delta$ als driehoek door de as.

Er was aangetoond dat de bol met grootste cirkel $AB\Gamma\Delta$ viermaal die kegel is. De cylinder is dus anderhalf maal de bol. Dat moest aangetoond worden.

Nadat dat ingezien was, en omdat elke bol viermaal de kegel is met basis de grootste cirkel en hoogte gelijk aan de straal van de bol, kwam de gedachte op, dat het oppervlak van elke bol vier maal de grootste cirkel in de bol is. Want het was een veronderstelling, dat zoals elke cirkel gelijk is aan een driehoek met basis de omtrek van de cirkel en hoogte gelijk aan de straal, zo ook elke bol gelijk is aan een kegel met basis het oppervlak van de bol en hoogte gelijk aan de straal van de bol.

"The argument is called the Achilles because of the introduction into it of Achilles, who, the argument says, cannot possibly overtake the tortoise he is pursuing. For the overtaker must, before he overtakes the pursued, first come to the point from which the pursued started. But during the time taken by the pursuer to reach this point, the pursued always advances a certain distance; even if this distance is less than that covered by the pursuer, because the pursued is the slower of the two, yet none the less it does advance, for it is not at rest. And again during the time which the pursuer takes to clever this distance which the pursued has advanced, the pursued again covers a certain distance ... And so, during every period of time in which the pursuer is covering the distance which the pursued ... has already advanced, the pursued advances a yet further distance; for even though this distance decreases at each step, yet, since the pursued is also definitely in motion, it does advance some positive distance. And so ... we arrive at the conclusion that not only will Hector never be overcome by Achilles, but not even the tortoise." (51; Simplicius 1014.9)

§ R6. Textual aspects of Greek mathematics

R6.1. Is the written record a good representation of Greek geometrical thought?

R6.2. Were Greek ways of recording mathematics constrained by technology? By tradition?

R6.3. Was Euclid a Platonist who reasoned about eternal, abstract objects, or did he think of geometry as something physically produced by ruler and compass? What can we conclude in this regard from his definitions of point and line, and the passive formulations of construction steps in his proofs?

REVIEL NETZ, *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics*, Cambridge University Press, 2003.

"THEAANDTHEBTAKENTOGETHERAREEQUALTOTHECANDTHED This is how the Greeks would write A+B=C+D, had they written in English. And it becomes clear that only by going beyond the written form can the reader realise the structural core of the expressions. Script must be transformed into prewritten language, and then be interpreted through the natural capacity for seeing form in language. Greek mathematical formulae are post-oral, but pre-written. They no longer rely on the aural; they do not yet rely on the layout." (163)

"The lettered diagram is a distinctive mark of Greek mathematics. ... No other culture developed it independently." (58) "The overwhelming rule in Greek mathematics is that propositions are individuated by their diagrams" (38), contrary to the economy of using the same diagram for several propositions, and contrary even to plain sense, it would seem, in the use of completely functionless diagrams for number-theoretic propositions (41).

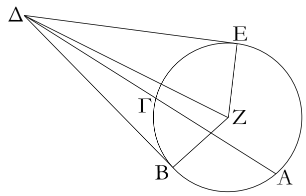
But the diagrams were schematic only, with for example conic sections being crudely represented by circular arcs (34). The diagrams were also static since "of the media available to the Greeks ... none had ease of writing and rewriting" (14). Standard media were papyri and wax tablets, and, for larger audiences, such as Aristotle's lectures, "the only practical option was wood ... painted white" (16). "None of these [ways of representing figures] is essentially different from a diagram as it appears in a book. ... The limitations of the media available suggest ... the preparation of the diagram prior to the communicative act—a consequence of the inability to erase." (16) "This, in fact, is the simple explanation for the use of perfect imperatives in the references to the setting out—'let the point A have been taken'. It reflects nothing more than the fact that, by the time one comes to discuss the diagram, it has already been drawn." (25)

KEN SAITO, Diagrams and traces of oral teaching in Euclid's Elements: labels and references, *ZDM Mathematics Education*, 50(5), 2018, 921–936.

"The teaching of mathematics in ancient times was prevalently oral." (§2.3) "The written demonstration is rather an exceptional form of transmitting mathematical ideas to a person living far away, and written text was probably not the main task of a mathematician." (§7) Many aspects of Greek texts are explained by this circumstance, for example why propositions are never referred to by number (§3.1) or why points are labelled in alphabetical order as they are named in the proof, without any regard for continuity of notation across sequences of very closely related propositions (§3.2).

"A proposition of Euclid's Elements begins with so-called 'protasis', or general enunciation, where the proposition is stated in a general way, without a diagram. ... For example, the protasis of proposition III.13 goes: 'A circle does not touch a circle at more than one point, whether it touches it internally or externally.' This is fine. One understands what it purports. However, a protasis can become so long and complicated, that it is difficult to understand it. The proposition III.37 ... offers a good example. 'If a point be taken outside a circle and from the point two straight lines fall on the circle, and if one of them cut the circle, and the other fall on it, and if further the rectangle contained by the whole of the straight line which cuts the circle and the straight line intercepted on it outside between the point and the convex circumference be equal to the square on the straight line which falls on the circle, the straight line which falls on it will touch the circle.' Probably few people are endowed with such intelligence as to understand without difficulty what this proposition means on reading it for the first time. So when we read Euclid's Elements, we often skip the protasis and begin with the ekthesis, or setting out, which follows the protasis and explains the premises of the protasis by assigning names to the points. 'For let a point Δ be taken outside the circle $AB\Gamma$; from Δ let the two straight lines $\Delta\Gamma A$, ΔB fall on the circle $A\Gamma B$; let $\Delta\Gamma A$ cut the circle and ΔB fall on it; and let the rectangle $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ be equal to the square on ΔB.' Then

Euclid's restates the conclusion with the names of points. This part is called diorismos (specification). 'I say that ΔB touches the circle $AB\Gamma$.'" (§3.4)



"Now, if the ekthesis, setting out, with diagram and names of points, is much easier to understand, why does the text of the Elements always preserve the protatis, which is often skipped by modern readers? Moreover, in many books of the Elements, the protasis is almost literally repeated at the end of each proposition as sumperasma (conclusion), adding only one word "ara" (therefore) to the protasis. Taking into account the difficulty and high cost of copying and preserving long text in antiquity, the generosity of the author (and/or ancient editors) of the Elements for protasis and sumperasma is quite impressive. Why did it not occur to them to reduce the length of propositions by suppressing the protasis? The answer should be that the protasis (repeated in sumperasma) deserved the space it occupied. But what was its value or function for ancient mathematicians and teachers?" (§3.4)

Since, in oral teaching, "the diagram of a proposition was probably erased when the next proposition had to be treated, … there must have been some way of memorizing and referring to the propositions. I believe that this was exactly the role of the protatis. Indeed, although a protasis such as that of III.37 is long and incomprehensible to someone who reads it for the first time, it is not so hard to memorize after one has learned the proposition and one has understood what it means. … Another important function of the protasis is that a protasis is useful when you want to apply the proposition you know in the demonstration of a later proposition. The protasis is a quotable format. … If you want to apply a proposition whose protasis you have in memory in a demonstration you are working on, you recite the protasis, replacing the indication of geometrical objects by the expression with labels in the diagram, and you have the argument you need." (§4.4)

LUCIO RUSSO, The Definitions of Fundamental Geometric Entities Contained in Book I of Euclid's Elements, *Archive for History of Exact Science*, 52 (1998), 195–219.

Definition 4 of Euclid's Elements reads: "a straight line is [a line] which lies uniformly in respect to [all] its points." "Definitions like these are today considered useless and their inclusion in the Elements is usually seen as a serious flaw in the Elements." But "the presence of the above definitions in our manuscripts of the Elements is … far from warranting their authenticity, in view of the scant reliability of the textual tradition." (196) Manuscript evidence suggests that "the original text of Book I of Euclid's Elements did contain some of the definitions," but that "Euclid did not hesitate in using geometrical terms he had not defined in advance" (such as "circumference")—a practice "avoided in the Imperial age" when "more definitions were again included in textbooks." (198) In the works of Archimedes and Apollonius (who "belong to the same scientific tradition" as Euclid) "there is nothing analogous to the pseudo-definitions of fundamental geometrical entities contained in the Elements. The introduction of terms implicitly defined through postulates is instead frequent." (209–210)

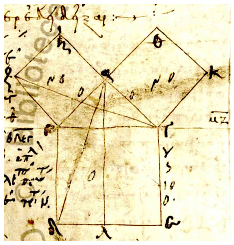
Heron of Alexandria (c. 50) wrote a work devoted to, as he says, "describing and sketching for you as briefly as possible … the technical terms premised in the elements of geometry" (213). Heron's description of a straight line begins as follows: "a straight line is [a line] which, uniformly in respect to [all] its points, lies upright and stretched to the utmost towards the ends, such that, given two points, it is the shortest of the lines having them as ends." "Archimedes … had in fact assumed that among all lines with the same ends the straight line has the minimum length. It is worth noting that Archimedes' statement was not a 'definition', but [a postulate]. In order to draw a 'definition' from Archimedes' postulate, Heron, however, could not restrict his statement to only one couple of points; he had to require that Archimedes' property should be verified uniformly in respect to all its points … Heron's sentence is therefore completely clear." (215)

"We know that the obscure scholar who compiled the list of definitions in the form in which they now appear in Book I of the Elements was not a mathematician of any value. We have supposed that he had decided to use as definitions of elementary geometrical entities some excerpts from Heron's long illustrations. In our case he might have truncated Heron's first sentence as soon as he could get a syntactically correct sentence, even if empty of mathematical meaning." (215) The goal in doing so may have been "to get a set of short 'definitions' suitable to be learnt by heart in the schools … If such a list was usually premised to the Elements, it could hardly avoid being eventually confused with Euclid's text." (203)

CHRISTIÁN C. CARMAN, Accounting for overspecification and indifference to visual accuracy in manuscript diagrams: A tentative explanation based on transmission, *Historia Mathematica*, 45, 2018, 217–236.

"The first time you encounter a medieval manuscript of a Greek mathematical or astronomical work, like those of Archimedes, Euclid, or Aristarchus, the most impressive feature is the odd configuration many diagrams show. There is a tendency to represent more regularity among the geometric objects than what the argument demands and usually they are not accurate graphical depictions of the mathematical object discussed in the text." (217)

Here for example is a typical manuscript depiction of the figure for the Pythagorean Theorem (*Elements* I.47):



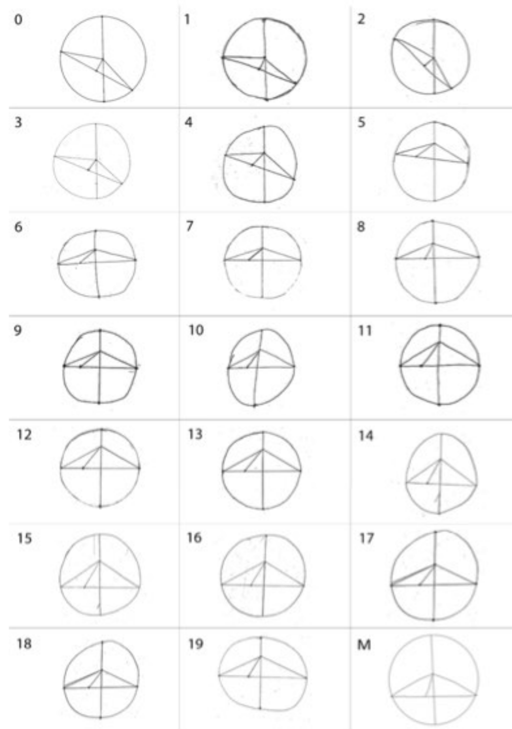
Even though the theorem holds for any right-angle triangle, the manuscript has drawn the special case where the two legs are equal, thereby giving the misleading impression that the theorem is less general than it really is.

"Considering that, except for very few testimonies extant in papyrus (from which not much can be inferred), the most ancient witnesses of Greek diagrams are medieval, we cannot conclusively decide whether these characteristics go back to the Greek authors or they are the result of medieval copyists." (222)

One hypothesis is that, "starting from the supposed original diagram (that is, the diagram well done), a series of copies will generally transform it into a diagram similar to that of the manuscripts." (222) It is indeed plausible that repeated copying converges to specificity, assuming copyists largely ignorant of mathematical content. For example, in the case of the Pythagorean Theorem, a scribe might get a version where the legs look similar and mistakenly assume that exact equality was intended. He then copies it this way, and specificity is introduced. No one will restore more generality in the diagram, because that would require mathematical understanding.

"To test this hypothesis I asked many groups of university students to play the role of copyists. … I gave a folder to one of them, containing a drawing of the diagram as I presume the Greek author drew it. I asked the student to copy the diagram and to place her copy in the folder, over the starting diagram she had copied before hiding it, and to pass the folder to the next student, who would copy the drawing made by the first student, and so on." (222–223)

Below is an example of the successive copies of the original figure (0), which do indeed approach the surviving manuscript figure (M). Note for example that the short segment is supposed to be perpendicular to the long one.



§ R7. Greek geometry and philosophy: classical age

R7.1. What makes mathematical knowledge special? What sets it apart from other fields?

R7.2. In the Platonic worldview (shared by Proclus), what is the relation between mathematics and physical reality? What are strengths and weaknesses of this view?

R7.3. What aspects of technical mathematics do the authors below seem to have had especially in mind?

R7.4. In Rafael's famous fresco "The School of Athens," Plato is pointing toward the sky and Aristotle is pointing straight ahead. Why?

R7.5. Are there examples of theories in which the principles are not primitives, or the primitives are not principles, in Aristotle's sense? (Cf. §R19.)

PROCLUS, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, c. 450, translated by Glenn R. Morrow, Princeton University Press, 1992.

"Proclus' commentary on book I of Euclid's Elements is almost certainly a written version of lectures which he presented to students and associates in Athens in the mid-fifth century. … Readers of the commentary should always bear in mind that, although it is the work of Proclus, it is also a record of an educational and intellectual tradition." (ix)

Mathematics stems from the soul, not sense experience. "Should we admit that [the objects of mathematics] are derived