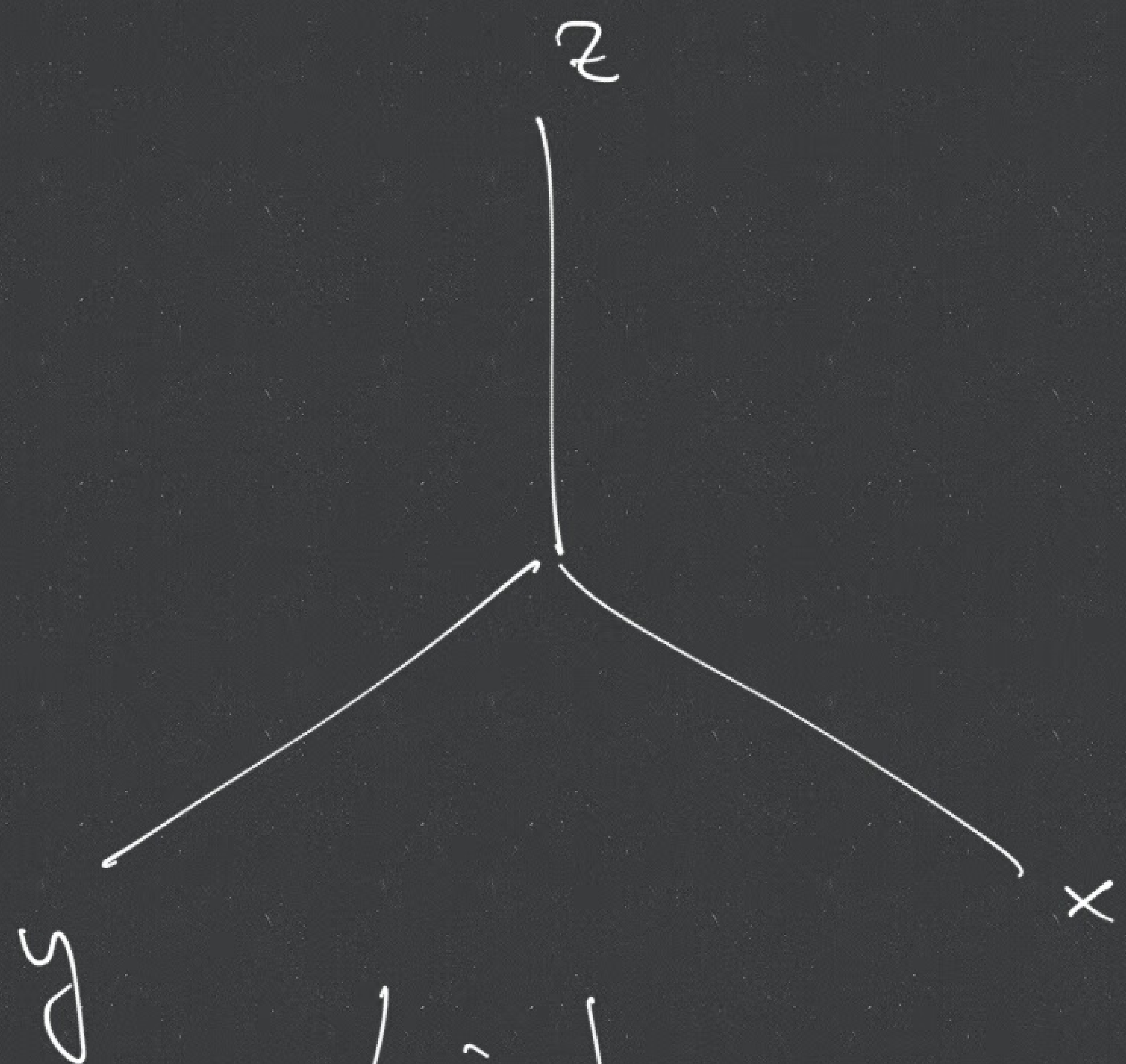
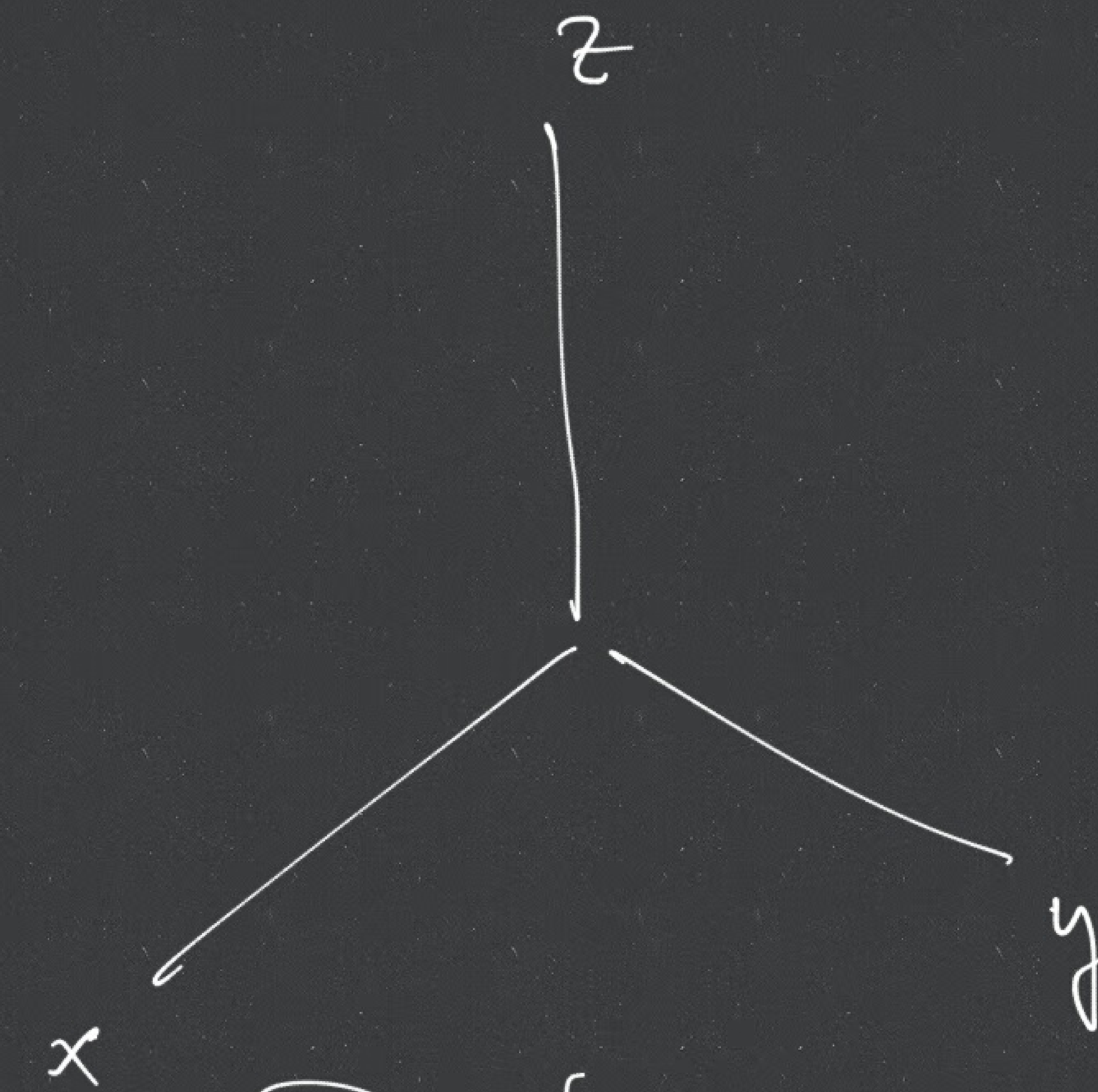
$\mathbb{R}^3$

Orientaties



Links



Rechts gebruikelijk.

Normeren

Vector $\bar{v} = v_1\hat{i} + v_2\hat{j} + v_3\hat{k}$ Neem aan: $|\bar{v}| \neq 0$,

Lengte $|\bar{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$ (scalar)

Neem nu de vector $\frac{1}{|\bar{v}|}\bar{v} = \hat{v}$, een eenheidsvector.

Kun je ook als volgt zien:

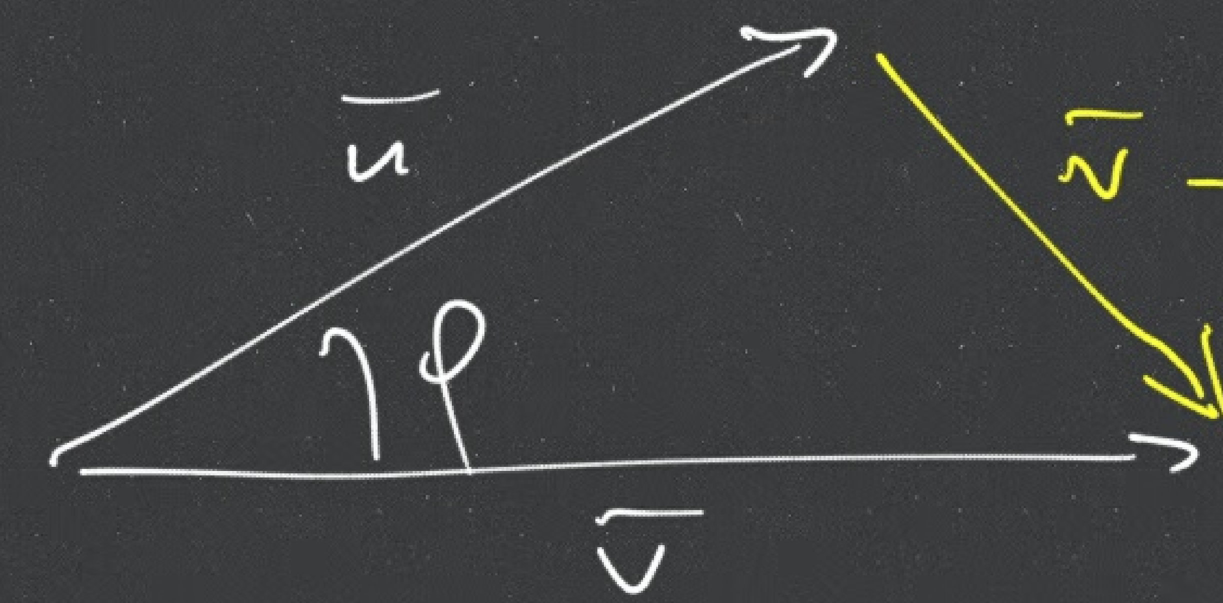
$\frac{1}{|\bar{v}|}\bar{v} = \frac{v_1}{|\bar{v}|}\hat{i} + \frac{v_2}{|\bar{v}|}\hat{j} + \frac{v_3}{|\bar{v}|}\hat{k}$, heeft lengte:

$$\sqrt{\left(\frac{v_1}{|\bar{v}|}\right)^2 + \left(\frac{v_2}{|\bar{v}|}\right)^2 + \left(\frac{v_3}{|\bar{v}|}\right)^2} = \frac{1}{|\bar{v}|}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} = \frac{|\bar{v}|}{|\bar{v}|} = 1$$

Inproduct

$\mathbb{R}^2$

Neem vectoren $\bar{u}$ en $\bar{v}$



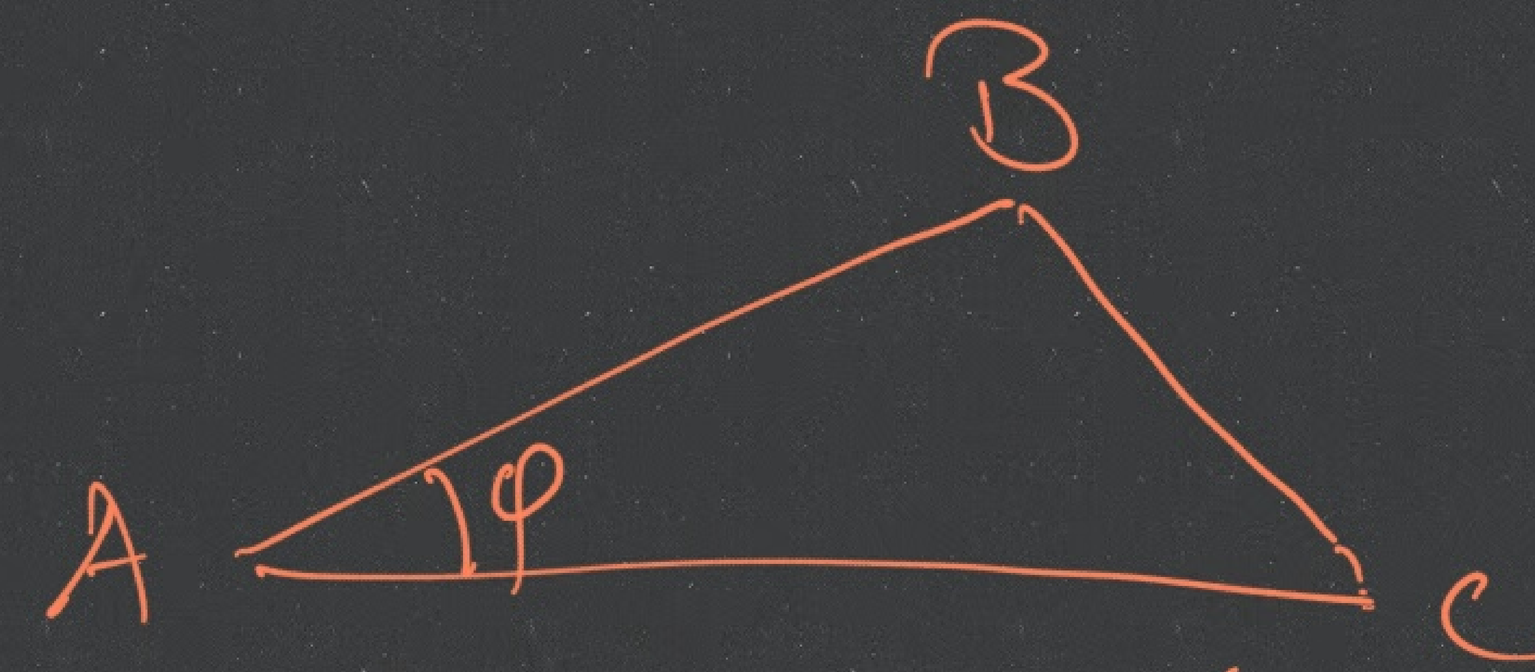
met: $\bar{u} = u_1 \hat{i} + u_2 \hat{j}$

$\bar{v} = v_1 \hat{i} + v_2 \hat{j}$

$$|\bar{v} - \bar{u}|^2 = |(v_1 - u_1)\hat{i} + (v_2 - u_2)\hat{j}|^2$$

$$= (v_1 - u_1)^2 + (v_2 - u_2)^2$$

$$= \boxed{\cancel{v_1^2} + \cancel{u_1^2} \cancel{-} 2 v_1 u_1 + \cancel{v_2^2} + \cancel{u_2^2} \cancel{-2} v_2 u_2}$$

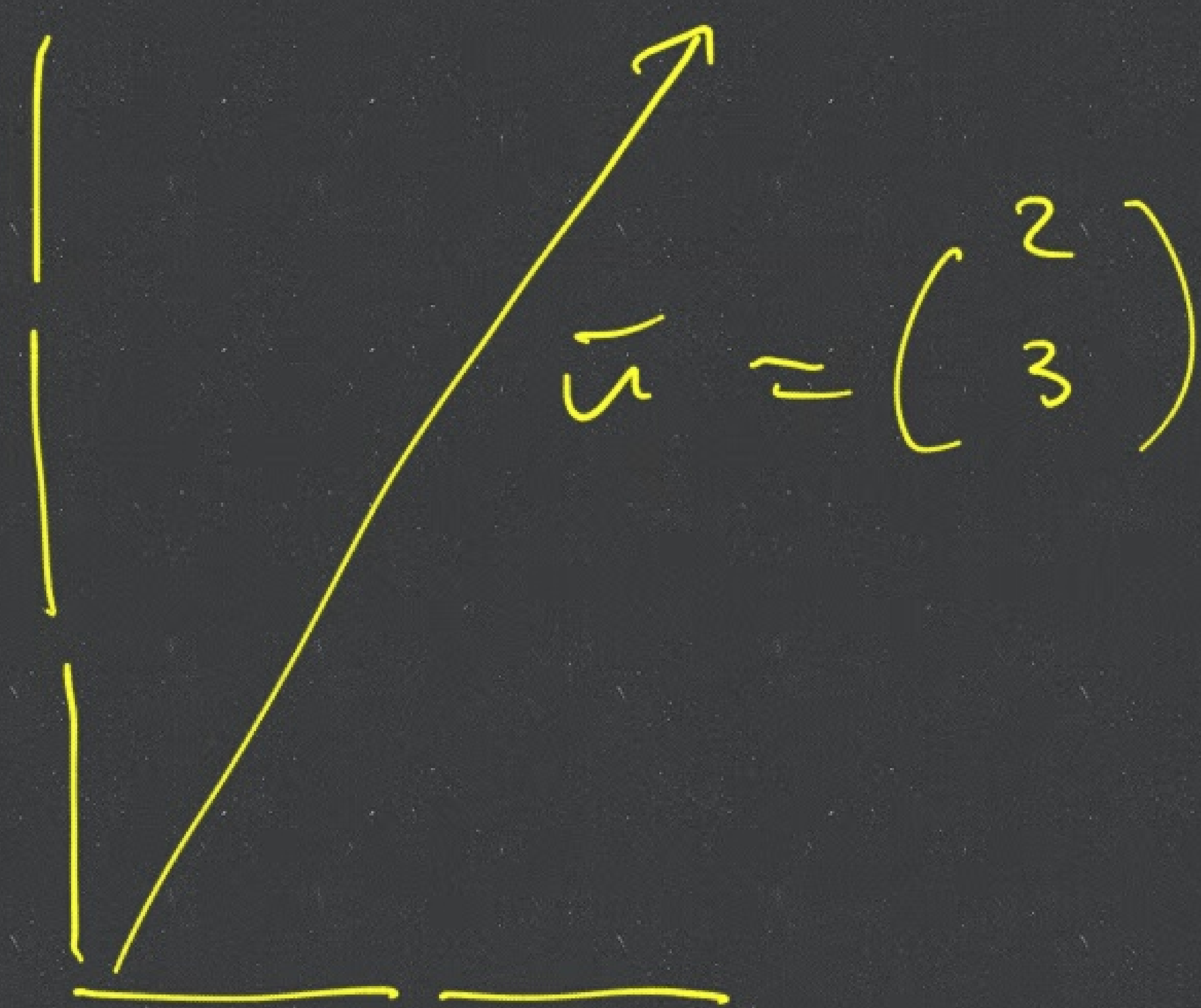


Cosinusregel:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2(AB)(AC)\cos\varphi$$

Hier: $\boxed{|\bar{v} - \bar{u}|^2} = \boxed{|\bar{u}|^2} + \boxed{|\bar{v}|^2} \cancel{-2} |\bar{u}| |\bar{v}| \cos\varphi$

Rekenen $u_1 v_1 + u_2 v_2 = |\bar{u}| |\bar{v}| \cos\varphi$ Meetkunde



KLAD

$$|2\hat{i} + 3\hat{j}|^2 = 2^2 + 3^2$$

$$\bar{u} = u_1\hat{i} + u_2\hat{j}$$

$$|\bar{u}|^2 = u_1^2 + u_2^2$$

Het inproduct van $\bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ en $\bar{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

is $\bar{u} \cdot \bar{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2$

en we hebben net gezien dat ook

$\bar{u} \cdot \bar{v} = |\bar{u}|\,|\bar{v}| \cos\varphi$ met φ hoek tussen u en v.

Algemeen in $\mathbb{R}^n$:

$\sum_{i=1}^{n} u_i \hat{e}_i = \bar{u} = u_1 \hat{e}_1 + u_2 \hat{e}_2 \ldots + u_n \hat{e}_n$

$\bar{v} = v_1 \hat{e}_1 + u_2 \hat{e}_2 \ldots + v_n \hat{e}_n$

$\sum_{i=1}^{n} u_i v_i = \bar{u} \cdot \bar{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \ldots + u_n v_n$

NB: $\bar{u} \cdot \bar{v}$ is een scalar

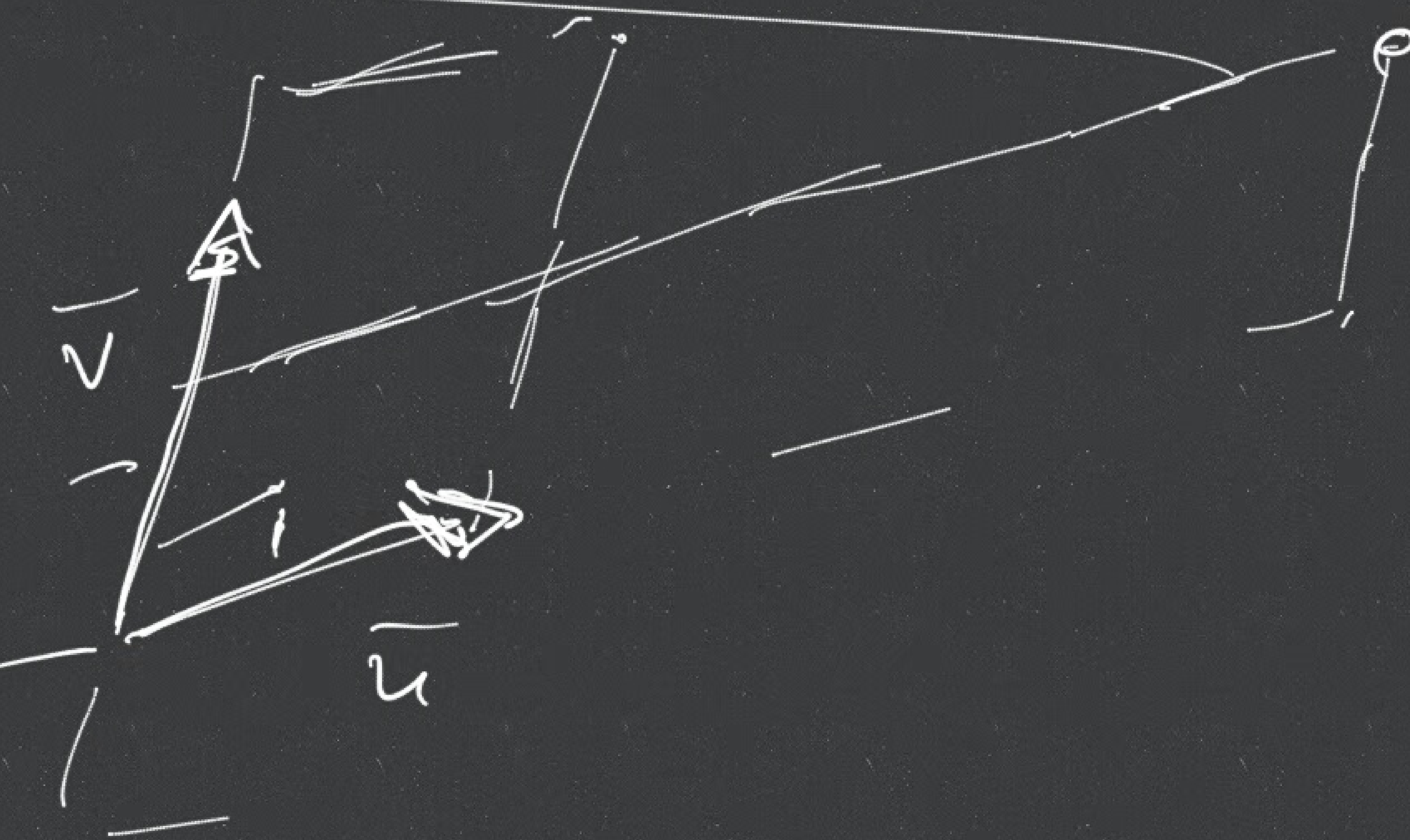
<u>NB</u>: inproduct leer je kennen door te werken met de eigenschappen ervan.

<u>Opspansel</u>

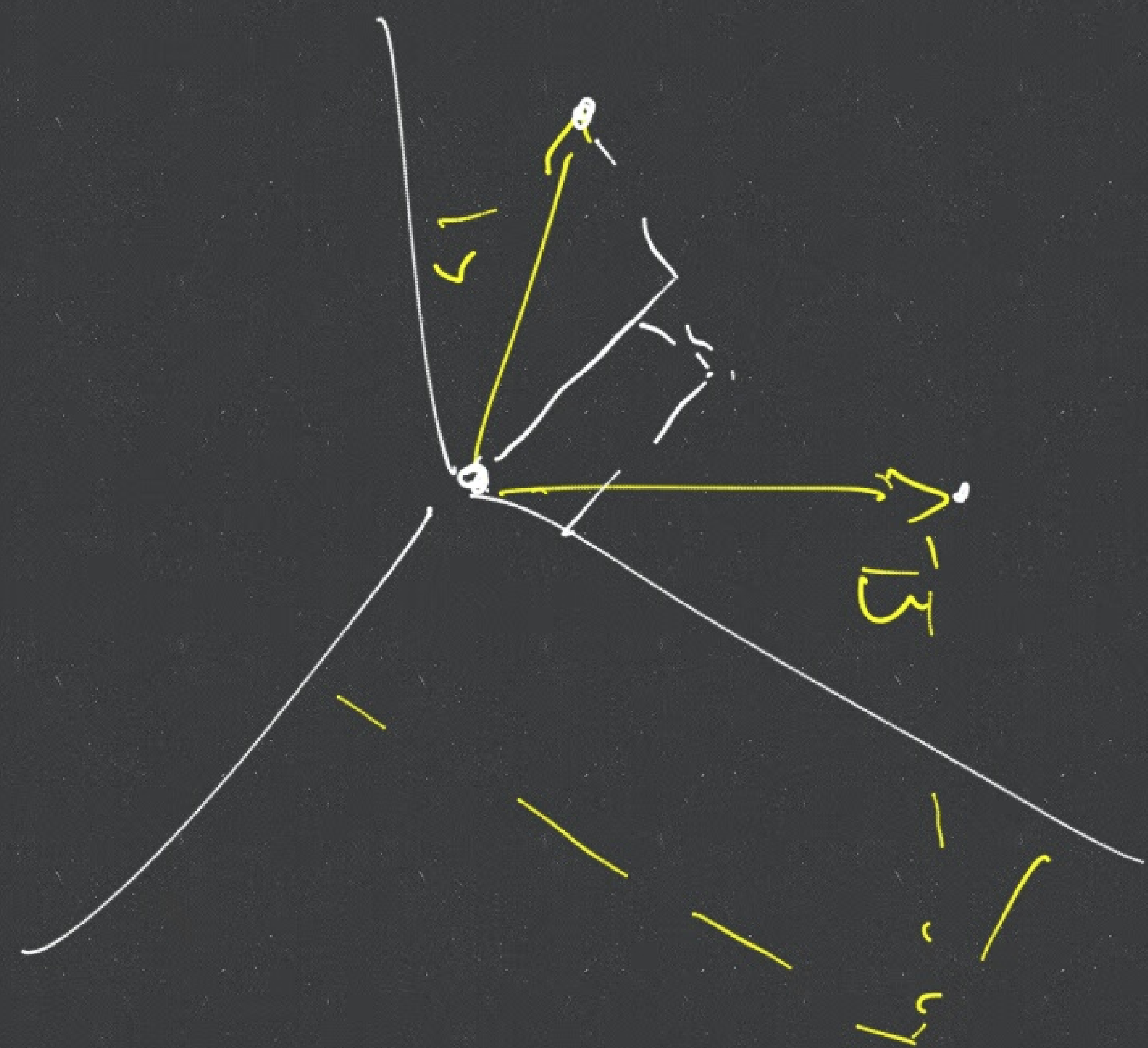
Neem $\bar{u}$ en $\bar{v}$ (constant)

Neem scalairen λ en μ (variabel)

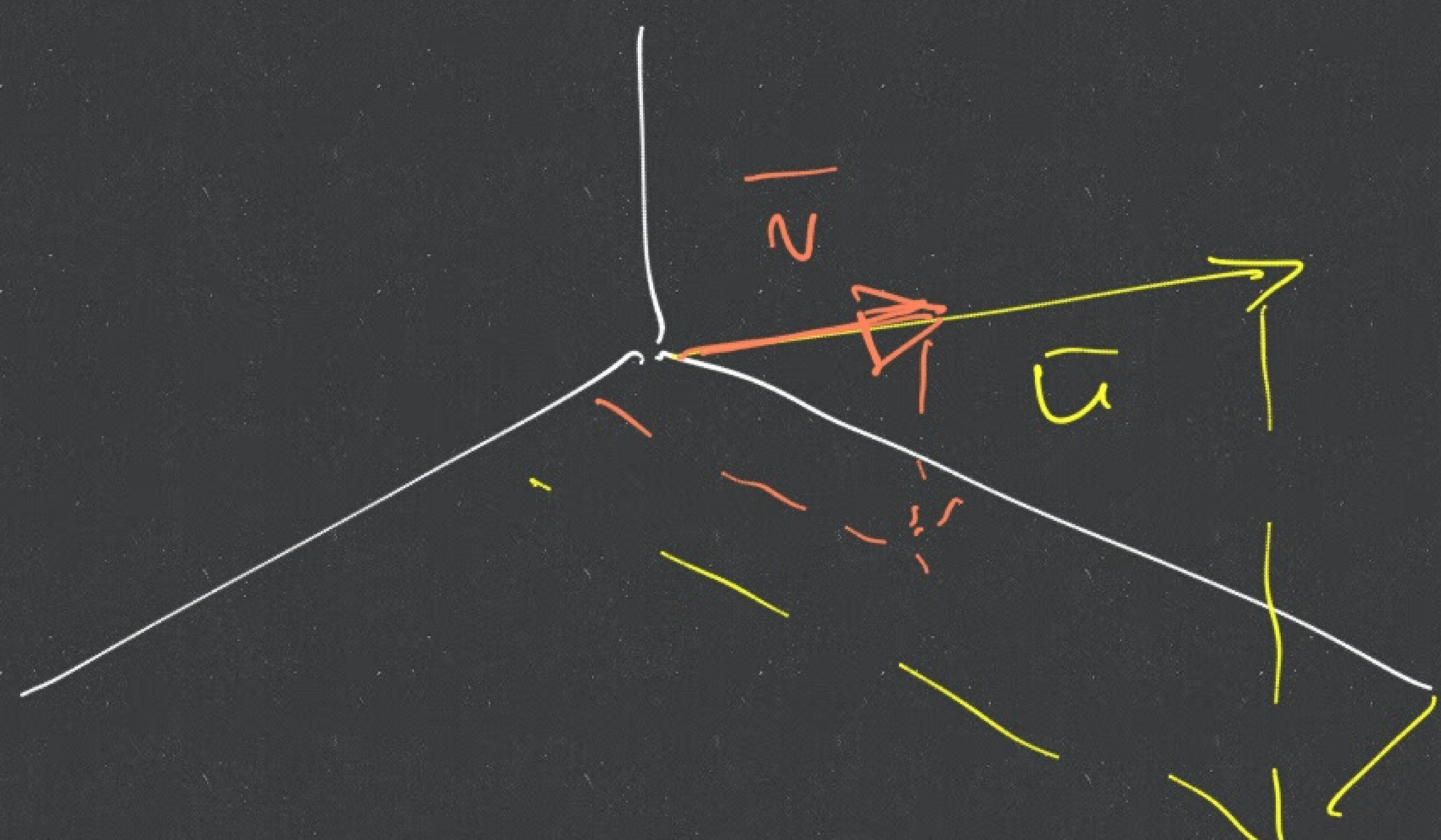
$$\lambda\bar{u} + \mu\bar{v} \text{ is een vector}$$



Alle vectoren die je kunt krijgen als lineaire combinatie van $\bar{u}$ en $\bar{v}$ noemen we het <u>opspansel</u> van $\bar{u}$ en $\bar{v}$



Het opspansel
van $\bar{u}$ en $\bar{v}$
is hier een vlak.



Hier is het opspansel
van $\bar{u}$ en $\bar{v}$ een
lijn

Lin. comb. van $\bar{v} \neq \bar{o}$ met $\bar{o}$.

$$\lambda \bar{v} + \mu \bar{o} = \lambda \bar{v} + \bar{o} = \lambda \bar{v}$$