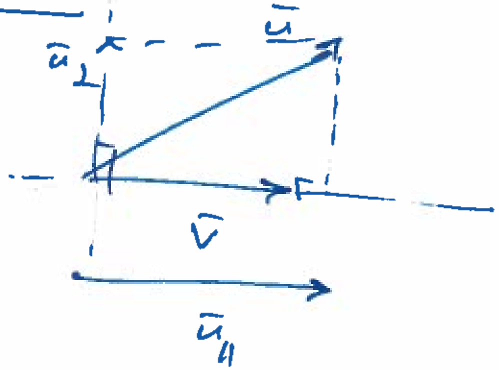
14-9-17 (1

Outbinden van vectoren



Ontbind $\bar u$ in

- een vector $\parallel \bar v$ zeg $\bar u_{\parallel}$
- een vector $\perp \bar v$, zeg $\bar u_\perp$

zodanig dat $\bar u = \bar u_{\parallel} + \bar u_\perp$

Zie diktaat en opgaven.

Neem twee vectoren $\bar u, \bar v$, inproduct $\bar u \cdot \bar v$ "dot product"

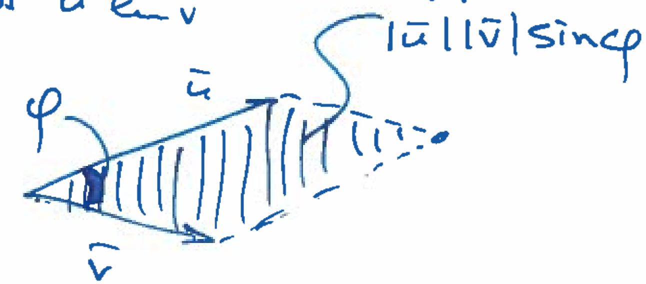
Nieuw: uitproduct $\bar u \times \bar v$ "cross product"

Het uitproduct is een vector $\bar w = \bar u \times \bar v$ in $\mathbb{R}^3$

i met lengte ... gelijk aan het opp ingesloten door $\bar u$ en $\bar v$

ii en richting ... loodrecht op $\bar u$ en $\bar v$

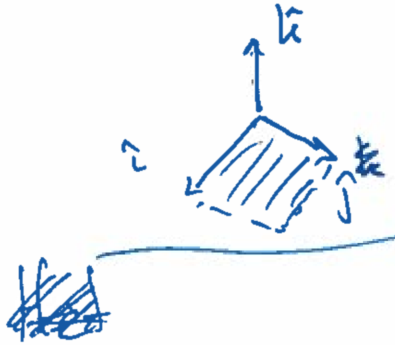
iii en orientatie zo dat $(\bar u, \bar v, \bar w)$ rechtsgeorienteerd is.



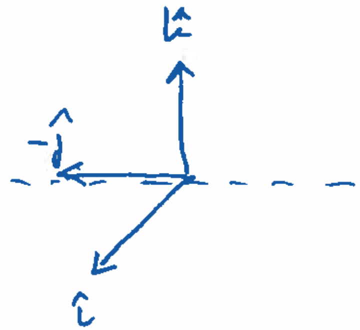
Dus:

lengte van $\bar w = \bar u \times \bar v$ is $|\bar w| = |\bar u||\bar v|\sin\varphi$

Vraag: bepaal $\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\imath}\times\hat{k} = -\hat{\jmath}$, $\hat{\imath}\times\hat{\imath} = \bar{0}$, $\hat{k}\times\hat{\imath} = +\hat{\jmath}$



Neem $\bar{u} = u_1\hat{\imath} + u_2\hat{\jmath} + u_3\hat{k}$
en $\bar{v} = v_1\hat{\imath} + v_2\hat{\jmath} + v_3\hat{k}$



$$\bar{u}\times\bar{v} = -(\bar{v}\times\bar{u})$$

$$\bar{u}\times\bar{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2v_3 - u_3v_2 \\ u_3v_1 - u_1v_3 \\ u_1v_2 - u_2v_1 \end{pmatrix}$$ Zie opgave

Check: $\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \hat{k}$

$\hat{\jmath}\times\hat{\imath} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -\hat{k}$

Stelsels vergelijkingen oplossen

lineaire

Voorbeeld.

$$\begin{array}{l} \mathrm{I} \\ \mathrm{II} \\ \mathrm{III} \end{array} \begin{cases} x + y + z = 7 \\ x + 2y - 3z = 6 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

1). Breng stelsel in echelonvorm
2). Breng stelsel in diagonaalvorm

echelonvorm is:
elke volgende vgl. begint met meer nullen dan de vorige.

Basisregels

1). De volgorde vd vgl maakt niet uit voor de oplossing.

2). Vermenigvuldigen v.e. vgl met een scalar $\neq 0$ verpest de opl. niet.

3). Optellen van twee vgl. verpest de opl ook niet.

Makkelijk stelsel:

$$\begin{aligned} x + 0y + 0z &= 8 \\ 0x + y + 0z &= 7 \\ 0x + 0y + z &= -1 \end{aligned}$$

diagonaal-vorm

Voorbeeld uitwerken:

$$\begin{aligned} x+y+z &= 7 \\ y-4z &= -1 \quad (\mathrm{II}-\mathrm{I}) \\ 2x &= 6 \quad (\mathrm{I}+\mathrm{III}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ \cancel{x+y+z} &\cancel{=7} \\ y-4z &= -1 \\ x+y+z &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 3 \\ y-4z &= -1 \\ y+z &= 4 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 3 \\ y-4z &= -1 \\ 5z &= 5 \quad \mathrm{III}-\mathrm{II} \end{aligned}\right\} \text{Echelonvorm.}$$

$$\begin{aligned} x &= 3 \\ y-4z &= -1 \\ z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 3 \\ y &= 3 \quad 4\mathrm{III}+\mathrm{II} \\ z &= 1 \end{aligned}$$

diag. vorm.

Opl: $x=3$, $y=3$, $z=1$

CHECK.

Voorbeeld.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x + 6y - z = 0 \\ x - y - 4z = 3 \end{cases}$$

1. echelon
2. diagonaal.
3. check.