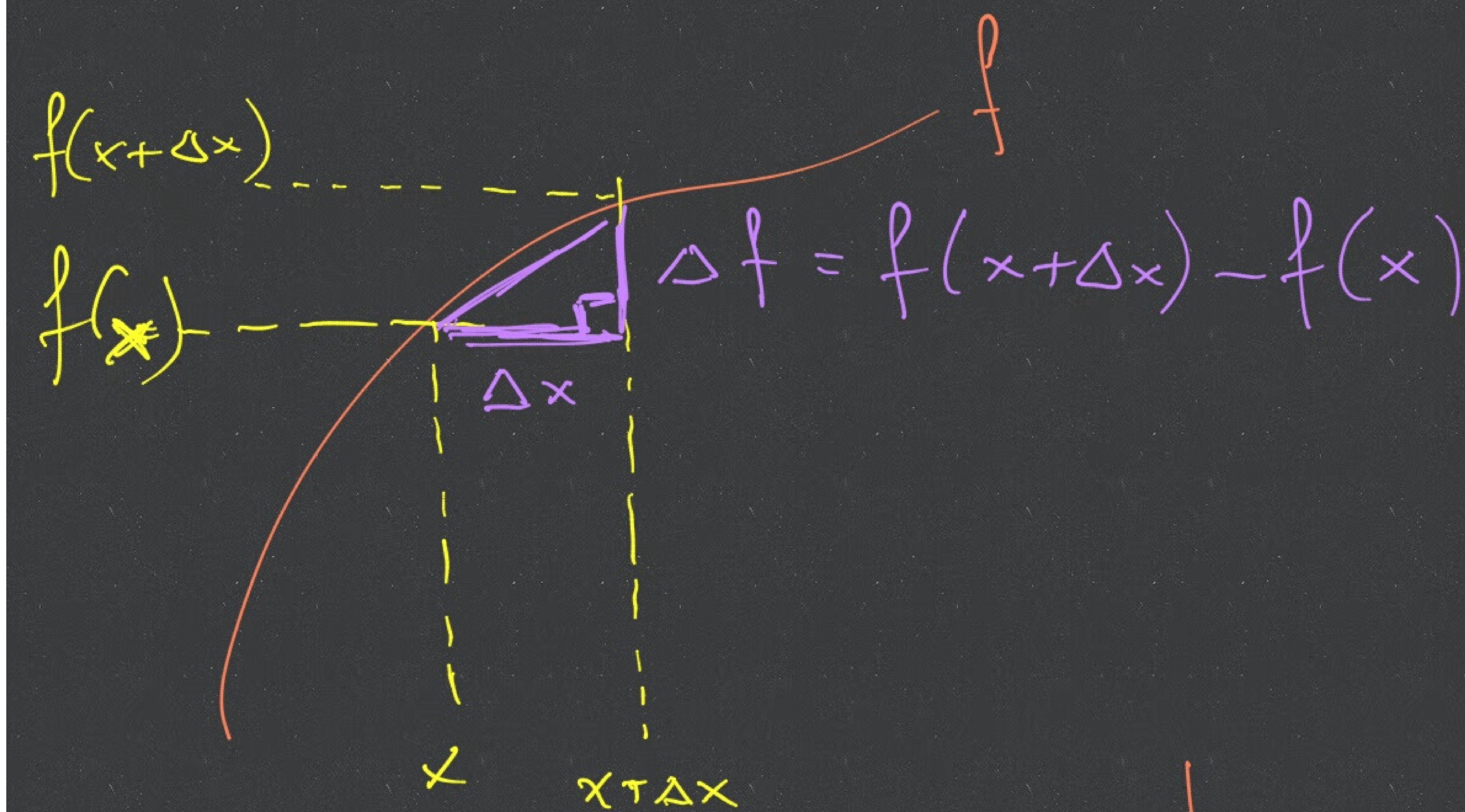
Differentieren is kijken naar verandering



- Schuine zijde heeft helling $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

- Als $\Delta x \to 0$ dan neemt $\boxed{\frac{\Delta f}{\Delta x}}$ de waarde aan van de helling van $y=f(x)$ in het punt $(x, f(x))$

als $\Delta x \to 0$

infinitesimaal $\frac{df}{dx}$
(oneindig kleine dx)

- Als dit lukt, dan noemen we $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

Je kent goed:

- differentieren van simpele f-es
- som, prod, quot, kettingel

Typisch natuurkunde gebruik van kettingregel:

Zij t = tijd, x = plaats, v = snelheid, a versnelling

Er geldt $v = \frac{dx}{dt}$

v opgevat als v(t)

V opgevat als v(x)

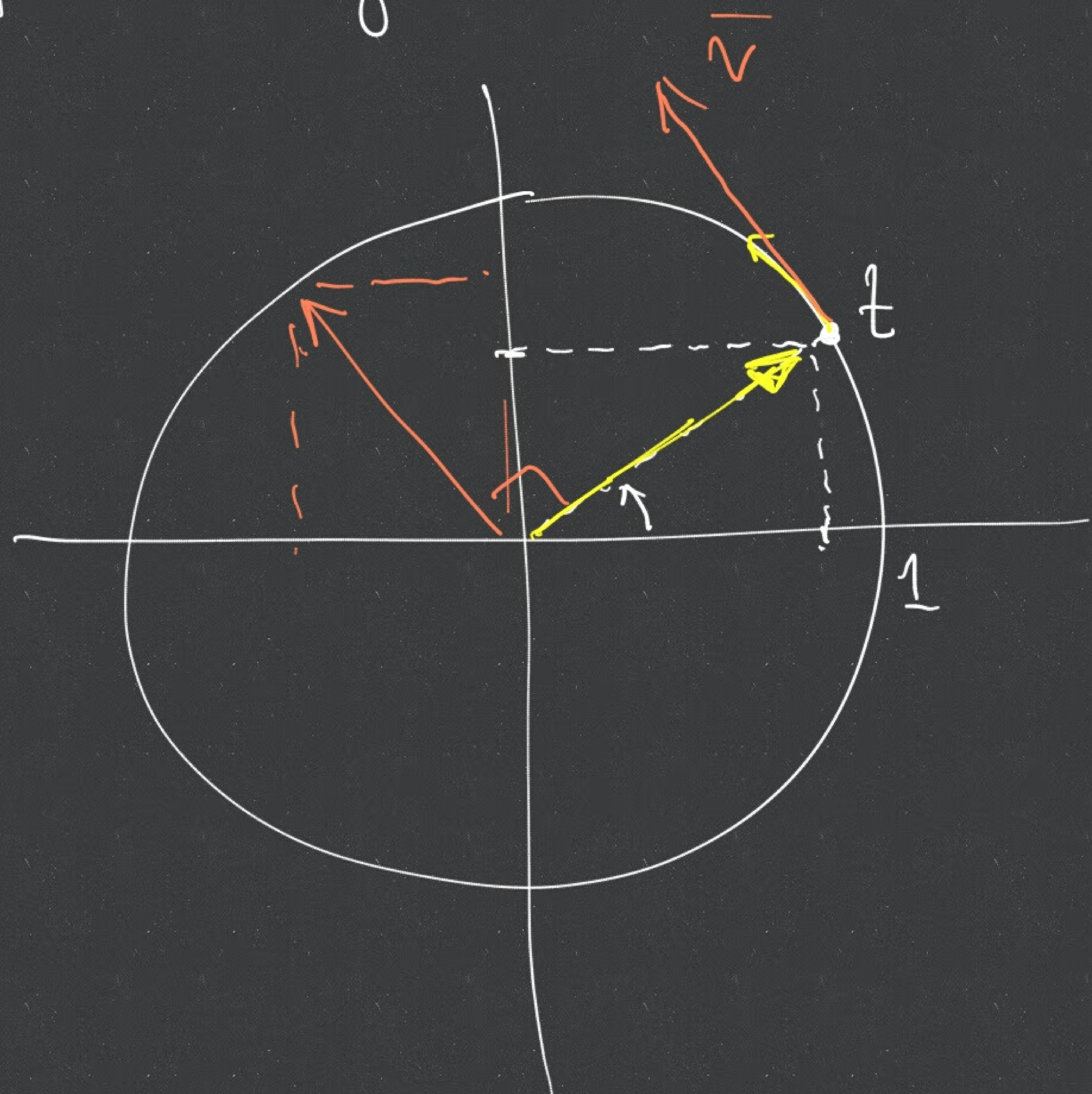
x opgevat als x(t)

Er geldt ook $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\,\frac{dx}{dt}$

Samen: $v = v(x(t))$

dus $a = v\,\frac{dv}{dx}$

Diff van gonio



$$\begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} = \vec{r}$$

snelheidsvector

$$\begin{pmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix} = \bar{v}$$

en ook:

$$\bar{v} = \frac{d}{dt}\bar{r}$$

$$\frac{d}{dt}\cos t = -\sin t$$

$$\frac{d}{dt}\sin t = \cos t$$

Inverse functie differentiëren.

Er geldt: $f^{-1}(f(x)) = x$

Differentieer beide kanten:

$$f^{-1'}(f(x))\, f'(x) = 1$$

mbv kettingregel.

Gevolg:

$$f^{-1'}(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$$ of (vervang $f(x)$ door y)

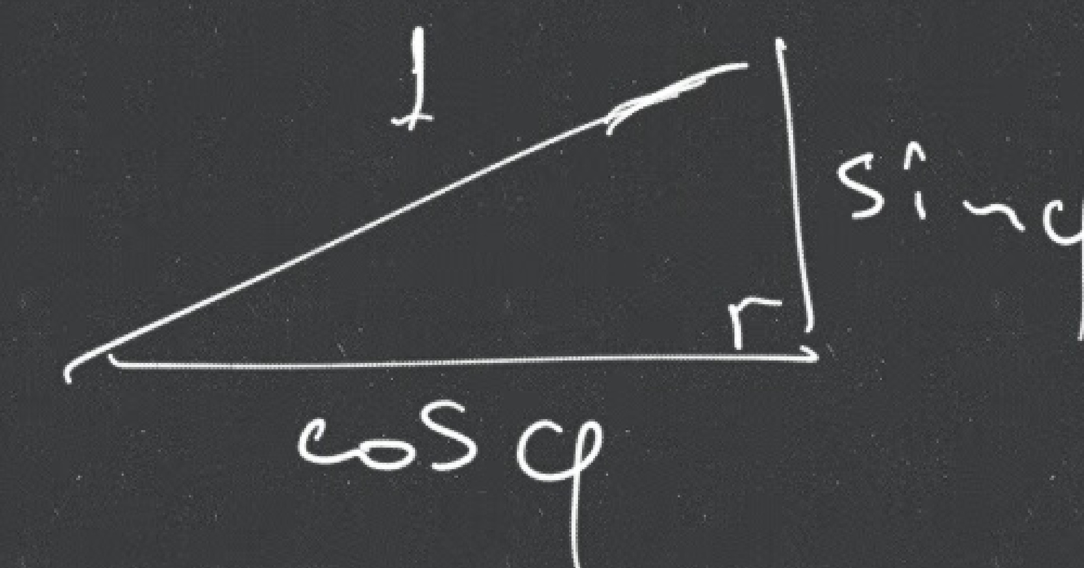
$$f^{-1'}(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

Gebruiken om arcsin, arccos, arctan te diff:

Want $\arcsin(\sin\varphi) = \varphi$

diff naar φ:

$$\arcsin'(\sin\varphi)\,\sin'\varphi = 1$$



maar: $\sin'\varphi = \cos\varphi$

dus

$$\arcsin'(\sin\varphi) = \frac{1}{\cos\varphi}$$

Noem $x = \sin\varphi$

dan $\sqrt{1-x^2} = \cos\varphi$

Invullen:

$$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

NU zelf: bepaal $\arccos' x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Odh (zelf:) $\arctan' x$:

$$\arctan(\tan\varphi) = \varphi$$

diff:

$$\arctan'(\tan\varphi)\,\tan'\varphi = 1 \qquad \tan'\varphi = \frac{1}{\cos^2\varphi} = 1 + \tan^2\varphi$$

$$\arctan'(\tan\varphi) = \frac{1}{1+\tan^2\varphi}$$

Noem $x = \tan\varphi$

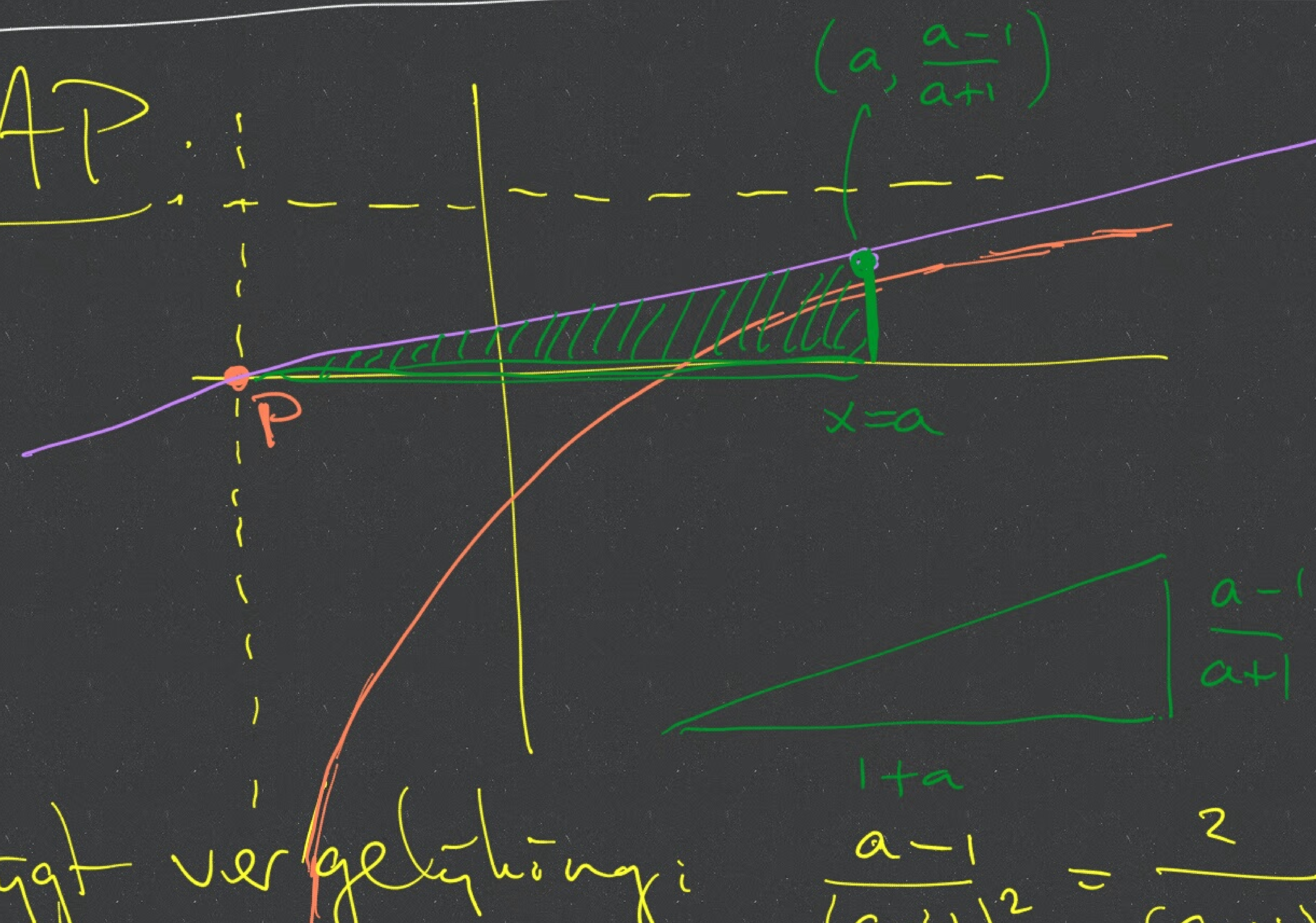
$$\arctan' x = \frac{1}{1+x^2}$$

BOEK : Voorbeeld 10 p. 114

Je hebt kromme $y = \frac{x-1}{x+1}$ en punt $P(-1,0)$

Gevraagd: alle raaklijnen door P, rakend aan de kromme

MAP:



Helling vd kromme:

$$y = \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1-2}{x+1}$$

$$= 1 - \frac{2}{x+1}$$

diff

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2}$$

Krijgt vergelijking: $\frac{a-1}{(a+1)^2} = \frac{2}{(a+1)^2}$ $\rightarrow$ $a=3$ etc.