$$\begin{cases} -x+2y+z=-1 \\ 2x-y-z=0 \\ 3x+3y-z=2 \end{cases} \longrightarrow \boxed{\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

matrix A — vector $\bar{x}$ — vector $\bar{b}$ — gebruikelijke notatie

NB inproduct!

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+2y+z \\ 2x-y-z \\ 3x+3y-z \end{pmatrix}$$

product van matrix met vector

$$A\cdot\bar{x}=\bar{b}$$

analogie: (vergelijk met $\boxed{ax=b}$! a, b, x in $\mathbb{R}$)

NB: we gaan leren rekenen met matrices $+, -, \cdot$ maar niet delen!

Dimensie van een matrix $m\times n$ met m het aantal rijen en n aantal kolommen

matrix A hierboven heeft dim 3×3. (niet: 9)

VB: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \end{pmatrix}$ is een 2×3 matrix

Matrices vermenigvuldigen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & \boxed{39} \\ 40 & 390 \end{pmatrix}$$

2×2 matrix

Volgorde maakt uit!

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 39 & 78 & 117 \\ 102 & 204 & 306 \end{pmatrix} \quad 3 \times 3 \text{ matrix}$$

IHA: 1) het # kolommen vd linker matrix moet gelijk aan # rijen vd rechter.

2) Volgorde maakt uit

3). Niet altijd gedefinieerd.

VB $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 9 & 11 \end{pmatrix}$ AB bestaat niet.

BA bestaat wel. (2×3)

Makkelijker:

optellen $A + B$ mits A en B van dezelfde dim.

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 14 & 17 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 20 & 22 \end{pmatrix}$$

aftrekken $A - B$ "net zo"

vermenigv. met scalar:

$$13 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 13 \\ 0 & 26 \end{pmatrix}$$

Speciale matrices: nulmatrix waar alleen maar nullen in staan.

vierkante matrix heeft evenveel rijen als kolommen.

eenheidsmatrix $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & 1 \end{pmatrix}$

Transponeren

De getransponeerde van $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ is $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

Bij een vierkante matrix verandert door transp. de dim. niet.

$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ hier geldt: $A^T = -A$ deze heet antisymmetrisch.

$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ — " — $A^T = A$ deze A heet symmetrisch

Vierkante matrix: stel A is $n \times n$ matrix

Deze kun je vermenigv. met willekeurig elke ander $n \times n$ matrix.

Bijv met zichzelf: $AA = A^2$ dit is opnieuw een $n \times n$ matrix

en dus ook $\boxed{A^3 = AA^2 = A^2A = AAA}$ etc.

laten we dan ook maar $A^0 = I_n$ doen.

(dond:) A^{-1} maar dit is niet $\frac{1}{A}$ want die bestaat niet

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$A^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^0 A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

---

morgen A is $n \times n$ matrix en $\bar{x}$ is n-vector

$A\bar{x} = \bar{y}$ met $\bar{y}$ eveneens een n-vector.

A is op te vatten als een ding dat klaarstaat om te opereren op vectoren in $\mathbb{R}^n$, en dan opnieuw een vector in $\mathbb{R}^n$ geeft.

operator