

Tussenwaardestelling

Voor de functie $f(x) = \frac{1}{x}$ geldt:

- ▶ $f(-1) = -1$ en
- ▶ $f(1) = 1$

dus volgens de tussenwaardestelling bestaat er een x waarvoor $f(x) = 0$.

Waar

Niet waar

NVT want f is
niet continu
op interval $[-1, 1]$

Nulpunten

$$x = -1: f(x) = -7, \quad x = +1: f(x) = -7$$

$$f(0) = +1$$

$$f(x) =$$

continu

Hoeveel nulpunten heeft $x^{100} - 9x^2 + 1$ in het interval $[-1, 1]$?

- geen
- minstens 1
- minstens 2 *8*
- minstens 3



dus 1 nulpt tussen $x = -1$ en 0
1 nulpt tussen $x = 0$ en 1

Continuïteit en differentiëerbaarheid

$$\text{Cont: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

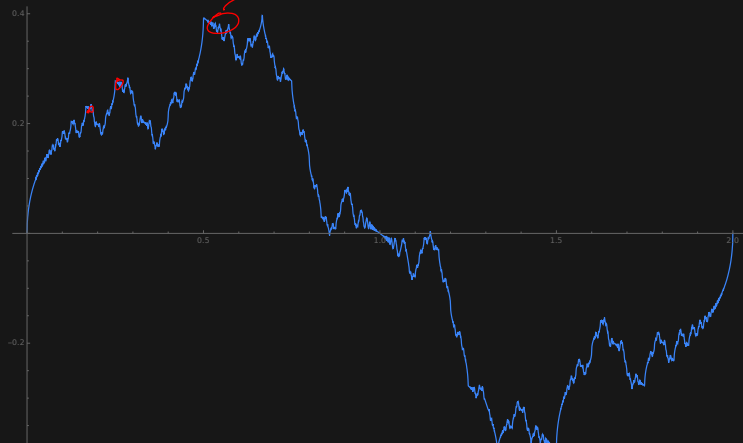
$$\text{Diff: } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- 1 ► ~~Elke continue functie is differentiëerbaar.~~
- 2 ► ~~Elke differentiëerbare functie is continu.~~

- beide zijn waar
- 1 is waar, 2 niet
- 2 is waar, 1 niet
- beide zijn niet waar

Wel continu, maar diffbaar??

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2 \pi x}{n^2 \pi}$$



Is de functie $x \mapsto x|x|$ differentieerbaar in $x = 0$?

Ja

Nee

Dat kun je niet weten



Rangschik deze grootheden van klein naar groot
oftewel: welke groeit het hardst als $x \rightarrow \infty$?

$$x^{100}$$

$$x^{-100} e^x$$

$$x^{99} \log(x^2)$$

$$e^x \log x$$

Oneindig veel decimalen

$$0,999999999 \dots = 1.$$

- Waar
- Niet waar
- Dat kun je niet weten

Wat is het grootste reële getal dat kleiner is dan 2?

~~■ 1~~

~~■ $1,99999999 \dots = x$~~

~~■ $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{n}) = 2$~~

dat bestaat niet

↷

$$10x = 19,99999\dots$$

$$9x = 10x - x = 18$$

Even, veel?

Er zijn tweemaal zoveel natuurlijke getallen $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ als even getallen.

- Waar
- Niet waar

0 1 2 3 4 5 6 7 8 ...
0 2 4 6 8 10 12 14 16 ...

Oneindig veel intervallen

Je hebt een oneindige rij intervallen.

Elk interval is helemaal bevat in het interval dat eraan vooraf gaat, en de lengte van het n -de interval is kleiner dan $\frac{1}{n}$.

Als a en b in *alle* intervallen zitten, dan

- is a of b een eindpunt van alle intervallen
- liggen a en b heel dicht bij elkaar, maar ze hoeven niet gelijk te zijn
- geldt $a = b$
- onmogelijk, zulke a en b kunnen niet bestaan

Als $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$ dan:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - g(x) = 0$

beide zijn waar

1 is waar, 2 niet

2 is waar, 1 niet

beide zijn niet waar



Som van continue functies

Als je oneindig veel continue functies bij elkaar optelt, is het resultaat continu.

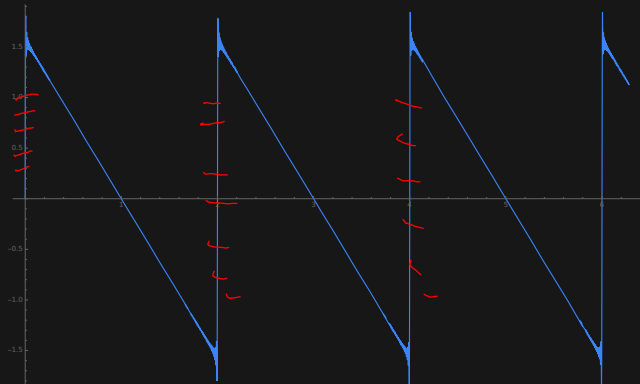
- Waar
- Niet waar

Som van continue functies

Als je oneindig veel continue functies bij elkaar optelt, is het resultaat continu.

■ Waar

■ Niet waar



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi x$$

Niet continu.

Fouriertransformatie
(Wistech 3)