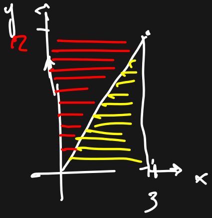
Outline

Integratie in $\mathbb{R}^2$

Verwisseling van integratievolgorde



Maak Altijd Plaatje

Welke van de volgende integralen is gelijk aan

$$\int_0^3 \int_0^{4x} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x?$$

- ■ $\int_0^{4x} \int_0^3 f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ → gaat niet want na binnenste $\int dx$ heb je geen x meer
- ■ $\int_0^{12} \int_{y/4}^3 f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$
- ■ $\int_0^{12} \int_0^{y/4} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$
- □ $\int_0^{4x} \int_0^3 f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

(On)zin?

Welke van de volgende uitdrukkingen is equivalent aan een *getal*?

- $\int_0^1 \int_x^y f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$
- $\int_0^x \int_y^0 f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$
- $\int_0^1 \int_0^y f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$
- $\int_y^1 \int_0^y f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

Cirkeloppervlak

Opp van D is $\iint_D d(x,y) = \iint_{D'} r\, d(r,\theta)$

Welke integraal beschrijft *niet* het oppervlak van een cirkel?

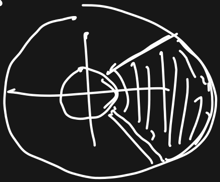
- $\int_{-1}^{1} \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x$
- $\int_0^{2\pi} \int_0^1 r\, \mathrm{d}r\, \mathrm{d}\theta = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r\, dr = 2\pi\left(\frac{1}{2} r^2\right)_{r=0}^{r=1} = \pi$ goed
- → $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \mathrm{d}r\, \mathrm{d}\theta$ Hee, ik mis de Jacobiaan hier! $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dr = 2\pi$ fout
- $\int_0^1 \int_0^{2\pi} r\, \mathrm{d}\theta\, \mathrm{d}r$

Aantal randen

Welk gebied heeft het *meeste* aantal randen?

- $0 \leq r < 1, \quad 0 \leq \theta < 2\pi$
- $0 \leq r < \infty, \quad 0 \leq \theta < \pi$
- $0 \leq r < \theta, \quad 0 \leq \theta < \pi/2$
- $1 \leq r < 2\pi, \quad -1 \leq \theta < 1$

2 randen.



4 randen

Substitutie

In de integral $\iint_R f(s,t)\,\mathrm{d}(s,t)$ substitueren we nieuwe coördinaten u, v. Hierdoor krijgen we de integraal:

- $\iint_R f(u,v)\frac{\partial(s,t)}{\partial(u,v)}\,\mathrm{d}(u,v)$
- $\iint_R f(u,v)\frac{\partial(u,v)}{\partial(s,t)}\,\mathrm{d}(u,v)$
- $\iint_R f(u,v)\left|\frac{\partial(u,v)}{\partial(s,t)}\right|\,\mathrm{d}(u,v)$
- anders

Substitutie

In de integral $\iint_R f(s,t)\,\mathrm{d}(s,t)$ substitueren we nieuwe coördinaten u, v. Zijn deze uitspraken waar?

1. Je moet de coördinaten zo kiezen dat $\left|\frac{\partial(s,t)}{\partial(u,v)}\right| > 0$.
2. Als $\left|\frac{\partial(s,t)}{\partial(u,v)}\right| > 1$ dan is de waarde van de u, v-integraal groter dan de oorspronkelijke x, y-integraal.

- Beide zijn waar
- Alleen 1 is waar
- Alleen 2 is waar
- Anders

Tripel-integraal

Wat is dit:

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^x \mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$$

- Volume van kubus met zijde 1
- Volume van halve kubus met zijde 1
- Volume van kwart kubus met zijde 1
- Anders

Bolcoördinaten

Wat is dit:

$$\int_0^2 \int_0^\pi \int_0^\pi R^2 \sin\varphi \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}R$$

- Volume van een bol met straal 2
- Volume van een halve bol met straal 2
- Volume van een kwart bol met straal 2
- Anders