

Hertentamen Wiskundige Technieken 1

Donderdag 4 jan 2018, 9-12 uur

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Totaal 48 punten.

- a. Vereenvoudig $\frac{1+i}{1-i}$. 2 pt.
 - b. Vind alle getallen z in het complexe vlak waarvoor geldt dat z/\bar{z} zuiver imaginair is (d.w.z.: op de imaginaire as ligt). 2 pt.
2. Zij $f(2) = 2$ en $f'(2) = 3$. Bepaal $\frac{d}{dx}(f(f(f(x))))|_{x=2}$. 2 pt.
3. Het uitproduct van twee vectoren in \mathbb{R}^3 kan gedefiniëerd worden met een rekenregeltje voor de coördinaten, of als een drietal meetkundige eigenschappen. Geef *beide* definities, en laat zien dat beide definities hetzelfde resultaat voor $\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}}$ geven. 4 pt.
4. Geef een benadering van $\frac{\pi}{4}$ met een vijfde-orde Taylorveelterm van $\arctan x$ in steunpunt 0. Let erop dat je een verstandige waarde voor x kiest! 4 pt.
5. Los op: $\frac{x}{4-x} < \frac{2}{x}$. 4 pt.
6. Laat zien dat $f(x) = \log(\sqrt{x^2+1} - x)$ een oneven functie is. 4 pt.
7. Evalueer de volgende integralen:
 - a. $\int_t^\infty te^{-tx} dx$ 4 pt.
 - b. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}} dx$ 4 pt.
 - c. $\int x \arctan(2x) dx$ 4 pt.

8. Los het volgende beginwaardeprobleem op:

6 pt.

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = e^{-3t},$$

$$x(0) = 0,$$

$$\dot{x}(0) = 4.$$

Hint: voor de particuliere oplossing kun je een veelvoud van de inhomogene term proberen.

9. Onderzoek de functie $f(x) = \log(x - \log x)$ en maak een nette schets van de grafiek.

8 pt.

Opmerking: je kunt de exacte ligging van het buigpunt niet vinden, maar je kunt wel vinden tussen welke twee gehele getallen de x -coördinaat ligt: dat is voldoende.