Behendigheid bij Fantasie 24?

R.D. Gill, C.G.M. Oudshoorn *

4 maart 1997

Samenvatting

Dit artikel is een aangepaste versie van een verslag wat geschreven is n.a.v. een onderzoek voor een casino. Dit onderzoek ging over de vraag of het spel Fantasie 24 (een vorm van observatieroulette) een behendigheidsspel dan wel kansspel is.

We hebben een model opgesteld dat de behendigheid meet als gewogen gemiddelde over de inzetten van personen (wat gelijk blijkt te zijn aan de fractie van de gemiddelde winst over de dagen en het gemiddeld verlies over de dagen). De wet op de kansspelen kan daarmee een uitspraak kan geven over de vraag of het spel een behendigheidspel of een kansspel is. Om een betrouwbaarheidsinterval van deze fractie te bepalen wordt gestudentiseerde bootstrap gebruikt, waarmee een tweede orde correcte bovengrens is verkregen.

*Mathematisch Instituut, Rijksuniversiteit Utrecht, Postbus 80010, 3508 TA Utrecht

1 Inleiding

De vraag is of de spelers in het spel Fantasie 24 (een variant van observatie roulette), gespeeld in casino YYY te ZZZ, invloed kunnen hebben op de kansbepaling, d.w.z. of het spel behendig gespeeld kan worden. Om hier een statistische uitspraak over te doen heeft het casino YYY op ons verzoek data verzameld. De data bestaan uit de netto winst (van de bank) en totale inzet (van de spelers), per dag, over een aaneensluitende periode van 56 dagen.

Het spel Fantasie 24 bestaat uit o.a. een schijf met 26 vakjes waar het balletje, na te zijn gelanceerd door een mechanisme, terecht komt. Op alle 26 vakjes kan ingezet worden. Alleen bij uitbetaling wordt gedaan alsof er 24 vakjes zijn, d.w.z. de speler die op het juiste vakje heeft ingezet krijgt 24 keer zijn/haar inzet. Als we ervan uitgaan dat de kans dat een balletje in een bepaald vakje terecht komt gelijk is voor elk vakje (en daarmee dus $\frac{1}{26}$), dan geeft de wet van de grote aantallen ons dat na een zeer lange periode, als de spelers puur 'op de gok' inzetten, precies $\frac{1}{13}$ van de inzet aan de bank toevalt.

De Nederlandse wetgeving zegt dat het verboden is om kansspelen te exploiteren zonder vergunning. De wet is echter erg vaag over wanneer een spel een behendigheidsspel is dan wel een kansspel. In het Saturne-arrest van de Hoge Raad in 1965 is besloten dat een spel als behendigheidsspel geclassificeerd wordt als de meerderheid van de spelers in de praktijk behendig spelen.

Als spelers, gemiddeld genomen, behendig zouden spelen, dan zou de verwachte fractie van de inzet die naar de bank toe gaat kleiner moeten zijn dan $\frac{1}{13}$. Deze fractie kan natuurlijk niet exact bepaald worden; maar we kunnen de fractie wel *schatten* aan de hand van de verzamelde gegevens. Een redelijke schatting blijkt te zijn:

$$\widehat{\text{fractie}} = \frac{\text{gemiddelde winst over 56 dagen}}{\text{gemiddelde inzet over 56 dagen}}$$

Deze fractie is een verhouding tussen twee gemiddelden, allebei genomen over de *dagen*. Maar de fractie kan ook herschreven worden als een gewogen gemiddelde, over de deelnemende *spelers*, van het totale verlies van elke speler gedeeld door zijn totale inzet; er is gewogen naar de totale inzetten van de spelers. Dus een speler die twee keer zoveel ingezet heeft, wordt twee keer zo zwaar gewogen. En dat is de manier waarop we behendigheid willen meten.

De gemeten fractie kan dus geinterpreteerd worden als een gemiddeld waargenomen (on)behendigheid. Een waarde dicht bij $\frac{1}{13}$ duidt op volledige onbehendigheid; een kleiner waarde duidt op aanwezigheid van enige behendigheid. Een waarde kleiner dan 0 zou betekenen dat de casino verlies maakt; zo'n grote gemiddeld behendigheid van de spelers zal haast onmogelijk zijn.

In (de mathematische) sectie 2 zal, onder bepaalde aannames, een benadend 95% betrouwbaarheidsinterval afgeleid worden voor de, nog precies te definieren, gemiddelde behendigheid. De conclusie zal gegeven worden in sectie 3. Om deze aannames te kunnen rechtvaardigen zijn enige statistische onderzoekingen gedaan die beschreven staan in sectie 4. Er is geen reden tot twijfel gevonden.

dag	totale inzet per dag in sestertiën	netto speelwinst per dag in sestertiën
1	13517	-231
2	14282	916
3	9380	629
4	19016	1175
5	20228	1291
6	20968	919
7	14188	-113
8	11190	429
9	16502	621
10	9305	1031
11	13179	605
12	11284	-254
13	18824	388
14	16390	902
15	12312	825
16	23816	1383
17	18296	996
18	14317	-463
19	25363	1163
20	20297	401
21	22502	1089
22	10322	297
23	9658	-162
24	16384	1036
25	13338	-57
26	14319	-39
27	21771	1251
28	16189	917
29	12867	574
30	10724	-303
31	13619	592
32	18339	64
33	11790	-137
34	25136	1712
35	18133	1137
36	15716	-425
37	13884	884
38	20221	-801
39	25371	1443
40	17771	631
41	20924	1379
42	20303	1116
43	12230	657
44	14477	1001
45	16203	995
46	15683	-243
47	18379	-77
48	15825	631
49	12154	258
50	14250	771
51	18095	-28
52	11778	-640
53	16151	570
54	22523	1097
55	26300	1243
56	17153	724

Figuur 1: data

Het zal blijken dat we de behendigheid van spelers kunnen uitdrukken in een gemiddelde over de dagen en daarom is het niet nodig om data van individuele spelers te verzamelen. Dit zou echter ook te kostbaar en eigenlijk niet mogelijk zijn geweest omdat de spelers dan te veel beinvloed zouden worden tijdens het observeren en we daardoor geen 'praktijksituatie' meer hebben. Veel eenvoudiger is het als één waarnemer bij elk spel de totale inzet noteert en aan het eind van de dag de bank de totale winst van die dag vermeldt. Deze gegevens zijn ook voldoende om de analyse uit te voeren.

Kort samengevat: het waargenomen gemiddeld verlies van de spelers was 3,4%, terwijl bij onbehendig spelen het verlies 7,7% zou zijn geweest. Een benaderende 95% bovengrens voor het gemiddeld verlies is 4,2%. In al deze beweringen zijn individuele spelers meegerekend evenredig aan hun totale inzet.

2 Statistische Theorie

We willen een uitspraak doen over de gemiddelde behendigheid t.a.v. het spel Fantasie 24. We veronderstellen daarom het volgende model voor speler j op dag i:

$$\mathbf{E}\left[X_{ij} \mid Y_{ij}, \theta_j\right] = Y_{ij} \cdot \theta_j \quad \text{met} \quad \begin{array}{l} X_{ij} \text{ de winst van de bank van speler } j \text{, dag } i \\ Y_{ij} \text{ de inzet van speler } j \text{, dag } i \\ \theta_j \text{ de (on)behendigheid van speler } j \end{array} .$$

Merk op dat de speler verondersteld wordt een vaste behendigheid te hebben maar op verschillende dagen verschillende inzetten te doen. Vele van deze inzetten mogen nul zijn; d.w.z., de speler speelt alleen op een beperkt aantal dagen.

Gesommeerd over de dagen geeft dit voor een speler j:

$$\mathbf{E}\left[X_{\cdot j} \mid \theta_j, Y_{\cdot j}\right] = \theta_j Y_{\cdot j} \tag{1}$$

Zij V, I, θ resp. het verlies (totaal over de dagen), inzet (totaal over de dagen) en behendigheid van een random gekozen speler. Volgens (1) geldt voor deze speler (door het nemen van verwachtingen aan beide kanten):

$$\mathbf{E}\left[V\right] = \mathbf{E}\left[\, I\theta \,\right]$$

oftewel

$$\frac{\mathbf{E}\left[V\right]}{\mathbf{E}\left[I\right]} = \frac{\mathbf{E}\left[I\theta\right]}{\mathbf{E}\left[I\right]} \stackrel{\text{def}}{=} \theta_{\text{gem}}. \tag{2}$$

Hierbij is θ_{gem} de gemiddelde behendigheid θ, niet ten opzichte van de oorspronkelijke verdeling van θ over spelers, maar ten opzichte van de d.m.v. I gewogen verdeling. θ_{gem} willen we schatten. Wegens (2) ligt het voor de hand om θ_{gem} te schatten met $\sum_j X_{\cdot j} / \sum_j Y_{\cdot j}$ en dat is gelijk aan $X_{\cdot\cdot}/Y_{\cdot\cdot} = \sum_i X_{i\cdot} / \sum_i Y_{i\cdot}$, oftewel een fractie over de daggemiddelden. Het is dus voldoende om dagtotalen waar te nemen.

Definieer nu X_i de netto winst van het casino op dag i (voorheen $X_{i\cdot}$) en Y_i de netto inzet bij het casino op dag i (voorheen $Y_{i\cdot}$). Volgens (2) geldt: $\theta_{\text{gem}} = \mathbf{E}(X_i)/\mathbf{E}(Y_i)$.

Zoals hiervoor uitgelegd, is θ_{gem} gelijk aan de gewogen gemiddelde (on)behendigheid van alle spelers (gewogen naar inzet).

We zullen veronderstellen dat de steekproef van dagtotalen een 'random sample' is, dat wil zeggen, opeenvolgende dagen zijn onafhankelijk en identiek verdeeld. Dit is niet exact waar: er zullen trends zijn in de loop der tijd; dag-effecten (weekeind versus weekdagen); en tenslotte, als een speler meerdere dagen of zelfs regelmatig aan het spel deelneemt is er een afhankelijkheid over de dagen aangezien dezelfde spelersbehendigheid op meerdere dagen een bijdrage levert. In sectie 3 rapporteren we over het empirisch onderzoek naar mogelijke afhankelijkheid en niet-identiek verdeeldheid. Onze conclusies zijn dat hoewel we een geringe mate van trend, dag-effecten, en afhankelijkheid hebben geconstateerd, dit niet voldoende sterk is om onze conclusies uitgaand van een 'random sample' model aan te tasten.

θ_{gem} gaan we schatten met $\hat{\theta}$:

$$\hat{\theta} = \frac{\overline{X}}{\overline{Y}} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i}$$

met als uitkomst $\hat{\theta} = 0.034$.

M.b.v. 1^e orde taylorexpansie krijgen we dat de asymptotische variantie van $\hat{\theta}$ gelijk is aan:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{\sigma_X^2}{\mu_Y^2} + \frac{\sigma_Y^2\mu_X^2}{\mu_Y^4} - 2\rho\sigma_X\sigma_Y\frac{\mu_X}{\mu_Y^3}\right) + o\left(\frac{1}{n}\right),$$

onder de voorwaarde dat de dichtheid van Y in een omgeving van nul 0 is. σ^2 is dan een gladde functie van de 1^e en 2^e momenten van (X, Y). We zijn op zoek naar een 95 % betrouwbaarheidsinterval voor θ_{gem}, d.w.z. gezocht $\widehat{\theta}_{ST}(\frac{1}{2}\alpha), \widehat{\theta}_{ST}(1-\frac{1}{2}\alpha)$ z.d.d. :

$$\mathbf{P}(\widehat{\theta}_{ST}(\tfrac{1}{2}\alpha) \leq \ \theta_{\text{gem}} \ \leq \widehat{\theta}_{ST}(1-\tfrac{1}{2}\alpha)) = 1-\alpha.$$

Aangezien de asymptotische variantie van $\hat{\theta}$ onbekend is zullen we deze schatten met $\hat{\sigma}_n^2$:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{S_X^2}{\overline{Y}^2} + \frac{S_Y^2\overline{X}^2}{\overline{Y}^4} - \frac{2S_{XY}\overline{X}}{\overline{Y}^3}\right).$$

(met S_X^2, S_Y^2 resp. de steekproefvariantie van X en Y en S_{XY} de steekproefcovariantie). De geschatte variantie is gelijk aan 0.0043. Definieer nu $K(y) = \mathbf{P}(\hat{\sigma}_n^{-1}(\hat{\theta} - \theta_{\text{gem}}) \leq y)$ en $y_x = K^{-1}(x)$, oftewel als $\widehat{\theta}_{ST}(\frac{1}{2}\alpha) = \hat{\theta} - \hat{\sigma}_n y_{1-\frac{1}{2}\alpha}$ en $\widehat{\theta}_{ST}(1-\frac{1}{2}\alpha) = \hat{\theta} - \hat{\sigma}_n y_{\frac{1}{2}\alpha}$ dan is de kans dat θ_{gem} tussen deze 2 grenzen ligt gelijk aan $1-\alpha$; formeel:

$$\mathbf{P}(\widehat{\theta}_{ST}(\tfrac{1}{2}\alpha) \leq \ \theta_{\text{gem}} \ \leq \widehat{\theta}_{ST}(1-\tfrac{1}{2}\alpha)) = 1-\alpha.$$

De grootheid $\frac{\hat{\theta}-\theta_{\text{gem}}}{\hat{\sigma}_n}$ is asymptotisch normaal dus (met K de normale verdeling) een benaderende 95 % betrouwbare bovengrens is 0.042. De fout die we maken is van de orde $n^{-\frac{1}{2}}$.

Om een sterker resultaat te krijgen zullen we nu bootstraptechnieken gaan toepassen door de verdeling K te schatten i.p.v. te veronderstellen dat K een normale verdeling is. We hopen dat de geschatte K, notatie $\widetilde{K}$, voor $n \to \infty$ naar K convergeert. $\widetilde{K}$ geeft dan schatters voor de quantielen van K.

Deze schatter zal tweede orde correct zijn d.w.z (voor een tweezijdig interval is de definitie analoog):

Definitie 2.1
Een schatter $\tilde{\theta}(\alpha)$ is een tweede orde correcte bovengrens voor θ als de bedekkingsfout van de orde n^{-1} is, d.w.z. $\mathbf{P}(\theta \leq \tilde{\theta}(\alpha)) = \alpha + O(n^{-1})$ voor $n \to \infty$.

We zijn dus op zoek naar de verdeling K van $T_n = \hat{\sigma}_n^{-1}(\hat{\theta} - \theta_{\text{gem}})$ die afhangt van de data (en dus van $\mathbf{P}_n$ = de empirische verdeling van de data) door $\hat{\theta}$ en $\hat{\sigma}_n$ en van F, de verdeling van (X, Y) door θ_{gem}. Bootstrap komt er grofweg op neer dat je uit de data random m keer (met bv. $m = 1000$) een steekproef ter grootte n trekt, F vervangt door $\mathbf{P}_n$ en $\mathbf{P}_n$ vervangt door $\mathbf{P}_n^*$ de empirische verdeling van de random getrokken steekproef.

Formeel: Zij $(\widetilde{X}_{i1}, \widetilde{Y}_{i1}), \ldots, \widetilde{X}_{in}, \widetilde{Y}_{in})$ een random getrokken steekproef uit $\mathbf{P}_n$ $(i = 1, \ldots, n)$. Bereken voor elke i:

$$\widetilde{T}_{in} = \frac{\tilde{\theta} - \hat{\theta}}{\tilde{\sigma}_n} = \left(\frac{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \widetilde{X}_{ij}}{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \widetilde{Y}_{ij}} - \hat{\theta} \right) \cdot \left(\frac{1}{n} \left(\frac{S^2_{\widetilde{X}}}{\widetilde{Y}^2} + \frac{S^2_{\widetilde{Y}} \widetilde{X}^2}{\widetilde{Y}^4} - \frac{2S_{\widetilde{X}\widetilde{Y}} \widetilde{X}}{\widetilde{Y}^3} \right) \right)^{-\frac{1}{2}}$$

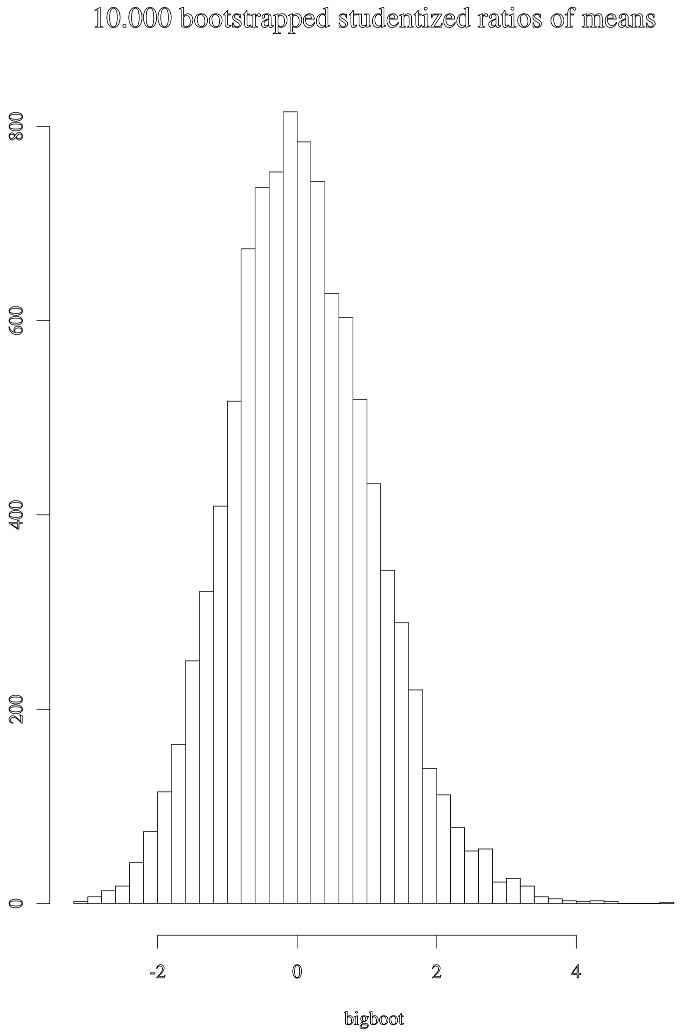
Deze $\widetilde{T}_{in}$ geven een verdeling $\widetilde{K}(y) = \mathbf{P}(\tilde{\sigma}_n^{-1}(\tilde{\theta} - \hat{\theta}) \leq y)$ die een schatter voor K is. Omdat ons model in het gladde model past van P. Hall (1988) krijgen we hiermee gelijk de convergentie van $\widetilde{K}$ naar K voor $n \to \infty$ kado. Als $y_x^* := \widetilde{K}^{-1}(x)$ dan zijn

$$\tilde{\theta}_{ST}(\tfrac{1}{2}\alpha) = \hat{\theta} - \hat{\sigma}_n y^*_{1-\frac{1}{2}\alpha} \qquad \text{en} \qquad \tilde{\theta}_{ST}(1 - \tfrac{1}{2}\alpha) = \hat{\theta} - \hat{\sigma}_n y^*_{\frac{1}{2}\alpha}$$

tweede orde correcte grenzen voor het 95 % betrouwbaarheidsinterval van θ.

Merk op dat een 90 % betrouwbaarheidsinterval voor θ_{gem} een bovengrens voor θ_{gem} geeft met een onbetrouwbaarheid van 5 % . Dit hebben we gebruikt om een benaderende 95 % betrouwbare bovengrens voor θ_{gem} te berekenen, namelijk 0.041 (=4,1 %). De uitkomsten van de simulaties staan samengevat in figuur 3.

De tweede orde correcte grenzen geven nu dat $\mathbf{P}[\theta_{\text{gem}} \leq \tilde{\theta}_{ST}(1-\frac{1}{2}\alpha)] = 1-\alpha+O(n^{-1})$. Dus de bedekkingsfout is van orde n^{-1} i.p.v. $n^{-\frac{1}{2}}$ voor eenzijdige betrouwbaarheidsintervallen. Het verschil tussen beiden methoden is in dit geval erg klein, namelijk 0.001. We weten echter dat asymptotisch gezien de fout in het benaderen van de bovengrens aanzienlijk kleiner is m.b.v. de gestudentiseerde bootstrap. En omdat het aantal waarnemingen



Figuur 2: 10.000 gestudentiseerde ratios van gemiddelden

niet zo groot is geeft dit een grote reductie van de fout. Voor tweezijdige betrouwbaarheidsintervallen echter heeft de tweede orde correctheid niet zo'n grote invloed op de bedekkingsfout, maar we zijn eigenlijk ook voornamelijk geinteresseerd in een bovengrens voor θ_{gem}.

3 Conclusies

Uit de statistische analyse concluderen we dat de gemiddelde verliesfractie (verlies als fractie van hun inzet, gewogen naar inzet) van de spelers kleiner is dan 0.041. (Er is een 5% risico dat deze uitspraak incorrect is). De geschatte gemiddelde verliesfractie is 0.034. Daarnaast kunnen we ook concluderen dat de gemiddelde verliesfractie tussen

m	$\hat{\theta} = \frac{\overline{X}}{\overline{Y}}$	$\hat{\sigma}_n$	$\widetilde{\theta}_{ST}(\frac{1}{2}\alpha)$	$\widetilde{\theta}_{ST}(1-\frac{1}{2}\alpha)$
1.000	0.034	0.0043	0.024	0.042
10.000	0.034	0.0043	0.025	0.042

Figuur 3: uitkomsten

0.025 en 0.042 ligt, met betrouwbaarheid 95 %; of dat de verliesfractie tussen 0.021 en 0.045 ligt, met betrouwbaarheid 99%. Aangezien $\frac{1}{13} = 0.077$ zich ver buiten deze intervallen bevindt kunnen we concluderen dat er sprake is van een ruime mate van behendigheid.

4 Toetsing van de aannames

In sectie 2 is verondersteld dat de data onafhankelijk in de tijd is, d.w.z. het toenemen van behendigheid en veranderende omstandigheden van het spel worden verwaarloosd. Het zou natuurlijk kunnen zijn dat er een trend in de weken zit, d.w.z. dat er door de weken niet veel nieuwe spelers bijkomen en de 'oude' spelers steeds behendiger worden. Hierdoor zou de gemiddelde behendigheid toenemen en er zou sprake zijn van een weekeffect. Of de spelers komen vaker terug, b.v. een paar dagen achter elkaar en daarom zou er correlatie tussen de verschillende dagen kunnen onstaan. Daarnaast gaan we ervan uit dat er door verschillende personen gespeeld is. Aangezien we uitgaan van de winst en inzet per dag worden de verschillen in spelers eruit gemiddeld. Daarnaast is er geen rekening gehouden met het feit dat er een dageffect kan optreden. Oftewel we verwaarlozen het effect van mensen die elke week op een speciale dag naar het casino komen. Ook wordt er geen rekening gehouden met een verschil tussen weekend en werkweek dagen. Het zou natuurlijk kunnen zijn dat spelers in het weekend meer inzetten of meer gokken dan door de week (door bv. een weekendgevoel). Dit noemt men het weekendeffect. Om te toetsen dat deze effecten inderdaad verwaarloosbaar zijn hebben we de volgende modellen beschouwd:

model 1

$$\text{winst}_{ij} = \text{const} + \alpha_{\text{ma}} + \alpha_{\text{di}} + \alpha_{\text{wo}} + \alpha_{\text{do}} + \alpha_{\text{vr}} + \alpha_{\text{za}} + \beta_{\text{week}} \cdot j + \varepsilon_{ij}$$

versus

$$\text{winst}_{ij} = \text{const} + \gamma_{\text{weekend}} + \varepsilon_{ij}$$

waarbij winst_{ij} de winst is op dag i van week j met $i = 1 =$ maandag, α_{ma} is het zogenaamde maandageffect. Het zondageffect wordt op nul geschaald. Voor dit model hebben

we de volgende toets gemaakt:
nulhypothese: een weekendeffect in de winst
alt. hypothese: dageffecten in de winst.
De F toets geeft als waarde 0.2128. De kritieke waarde voor de F-verdeling bij een betrouwbaarheidsniveau van 5 % is 2.4085 (met 5 resp. 48 vrijheidsgraden). We kunnen de dageffecten dus inderdaad verwaarlozen.

model 2

$$\text{inzet}_{ij} = \text{const} + \alpha_{\text{ma}} + \alpha_{\text{di}} + \alpha_{\text{wo}} + \alpha_{\text{do}} + \alpha_{\text{vr}} + \alpha_{\text{za}} + \beta_{\text{week}} \cdot j + \varepsilon_{ij}$$

versus

$$\text{inzet}_{ij} = \text{const} + \gamma_{\text{weekend}} + \varepsilon_{ij}$$

waarbij inzet_{ij} de inzet op dag i van week j is. Ook voor deze modellen toetsen we:
nulhypothese: een weekendeffect in de inzet
alt. hypothese: dageffecten in de inzet.
De F-toets geeft als waarde 2.6398, oftewel de nulhypothese wordt verworpen.

model 3

$$\frac{\text{winst}_{ij}}{\text{inzet}_{ij}} = \text{const} + \alpha_{\text{ma}} + \alpha_{\text{di}} + \alpha_{\text{wo}} + \alpha_{\text{do}} + \alpha_{\text{vr}} + \alpha_{\text{za}} + \beta_{\text{week}} \cdot j + \varepsilon_{ij}$$

versus

$$\frac{\text{winst}_{ij}}{\text{inzet}_{ij}} = \text{const} + \gamma_{\text{weekend}} + \varepsilon_{ij}$$

met als toets:
nulhypothese: een weekend effect in de ratio van winst en inzet
alt. hypothese: een dageffect in de ratio van winst en inzet.
De F toets geeft als waarde 0.3477, dus de nulhypothese wordt niet verworpen. Wegens de laatste toets kunnen we dus concluderen dat de dageffecten in de inzet niet doorwerken op de ratios, dus lijkt het redelijk om te veronderstellen dat we geen rekening hoeven te houden met dageffecten.

Om te toetsen of het weekendeffect significant is hebben we de volgende toets uitgevoerd:

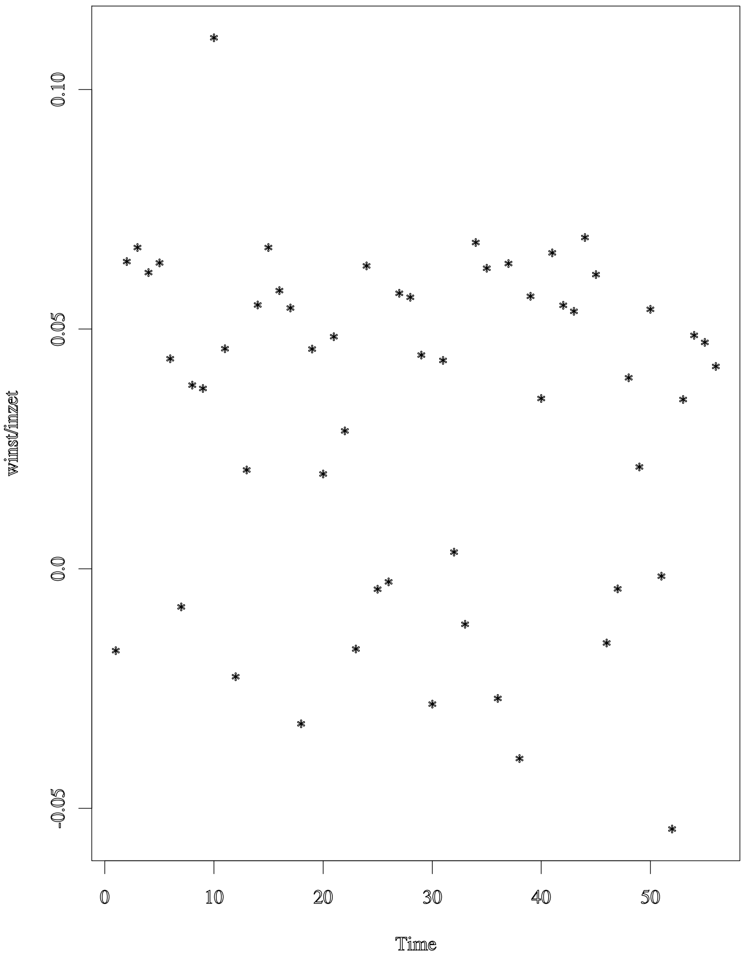
model 4

$$\frac{\text{winst}_{ij}}{\text{inzet}_{ij}} = \text{const} + \gamma_{\text{weekend}} + \varepsilon_{ij}$$

versus

$$\frac{\text{winst}_{ij}}{\text{inzet}_{ij}} = \text{const} + \varepsilon_{ij}$$

met als toets:
nulhypothese: geen weekend effect in de ratio van winst en inzet



Figuur 4: grafiek van de data

alt. hypothese: een dageffect in de ratio van winst en inzet.

Aangezien de F toets de waarde 2.374546 geeft en de kritieke waarde voor de F-verdeling met 2 resp. 54 vrijheidsgraden, bij een betrouwbaarheidsniveau van 5% gelijk is aan 4.019541 is er geen reden om de nulhypothese te verwerpen. Oftewel er is geen significant weekendeffect.
Daarnaast hebben we ook nog correlaties tussen de opeenvolgende dagen geschat in de bovenstaande modellen. Deze geven, evenals de Durbin-Watson toets, geen aanleiding om rekening te houden met correlatie tussen de dagen.

Uit fig 4. blijkt dat er een extreme dag, d.w.z. een dag die erg afwijkt van de andere dagen, tussen de data zit. Als we die dag echter weglaten verandert er niet significant iets, dus hebben we hier ook geen rekening mee gehouden.

referentie:

Hall, P. (1988) Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals: Annals of Statistics **16**, 927-953)